



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ENERGETICKÝ ÚSTAV

ENERGY INSTITUTE

## SEGNEROVO KOLO

SEGNER WHEEL

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jan Jahn

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Miloslav Fic

BRNO 2017



## Zadání bakalářské práce

Ústav: Energetický ústav  
Student: Jan Jahn  
Studijní program: Strojírenství  
Studijní obor: Základy strojního inženýrství  
Vedoucí práce: Ing. Miloslav Fic  
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### Segnerovo kolo

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Segnerovo kolo je předchůdce moderních turbín pracujících na principu akce a reakce. Princip stroje je velmi jednoduchý. Segnerovo kolo může velmi dobře posloužit jako nástroj pro pochopení základních rovnic proudění kapaliny v hydraulických strojích.

#### Cíle bakalářské práce:

Student provede literární rešerši na téma Segnerova kola, teoretického odvození vztahů platných při jeho výpočtu a případný návrh kola na zadané parametry.

#### Seznam literatury:

NECHLEBA, Miroslav a Josef HUŠEK. Hydraulické stroje: vysokoškolská učebnice pro fakulty strojního inženýrství. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1966.

NECHLEBA, Miroslav. Vodní turbíny, jejich konstrukce a příslušenství: určeno pro konstruktéry a provozní kádry i pro studující vysokých a průmyslových škol. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1954. Řada energetické strojírenské literatury.

BRDIČKA, Miroslav, Ladislav SAMEK a Bruno SOPKO. Mechanika kontinua. Vyd. 4., rev. a upr. Praha: Academia, 2011. Gerstner. ISBN 978-80-200-2039-0.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17.

V Brně, dne 8. 11. 2016



doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Cílem této bakalářské práce je přiblížení poznatků o vodním stroji s názvem Segnerovo kolo, které je považován za předchůdce současných vodních turbín. Jeho přínosem je poukázání na možnost využití dynamického účinku paprsku vody. Jsou zde uvedeny historické informace o autorovi a dalších úpravách původního návrhu. Analýza funkce kola je založena na základních rovnicích mechaniky tekutin. Součástí práce je návrh reálného modelu. V poslední kapitole jsou ukázány příklady použití Segnerova kola v současnosti.

## **KLÍČOVÁ SLOVA:**

Segnerovo kolo, vodní turbína, relativní souřadný systém, průběžné otáčky, model, mechanika tekutin

## **ABSTRACT**

This bachelor thesis focuses on description of water turbine called the Segner wheel, which is considered as a precursor of modern water turbines. Segner's contribution is to demonstrate an opportunity of dynamic force exerted by fluid jet. There is some historical information about his life and additional adaptations of the original invention. Wheel function analysis is based on laws of hydrostatics and hydrodynamics. The Segner wheel model is a part of this thesis. Last chapter discusses applications of the Segner wheel up to the present day.

## **KEYWORDS:**

Segner wheel, water turbine, relative coordinate system, runaway speed, model, fluid mechanics

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

JAHN, J. *Segnerovo kolo*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 45 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Miloslav Fic.

## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Segnerovo kolo zpracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne 24. května 2017

.....

Jan Jahn

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych rád poděkoval Ing. Miloslavu Ficovi za cenné rady a připomínky týkající se zpracování bakalářské práce. Dále chci poděkovat personálu laboratoře Odboru fluidního inženýrství Viktora Kaplana za realizaci modelu.

## OBSAH

Úvod.....	10
1 Historie.....	11
1.1 O autorovi Segnerova kola.....	11
1.2 Alternativní tvarová řešení .....	13
2 Teoretický základ rotačních strojů.....	15
2.1 Uvedení pojmů .....	15
2.2 Hydrostatika .....	15
2.2.1 Eulerova rovnice hydrostatiky .....	15
2.2.2 Rotující nádoba.....	16
2.3 Hydrodynamika.....	18
2.3.1 Rovnice kontinuity.....	18
2.3.2 Eulerova rovnice hydrodynamiky.....	19
2.3.3 Bernoulliho rovnice .....	19
2.3.4 Bernoulliho rovnice pro rotující kanál.....	20
2.3.5 Eulerova energetická rovnice .....	21
3 Odvození vztahů pro Segnerovo kolo.....	22
3.1 Rozbor úlohy.....	22
3.2 Okrajové podmínky.....	22
3.3 Moment síly.....	23
3.4 Výkon .....	25
3.4.1 Průběh výkonu .....	25
3.5 Otáčky .....	26
3.6 Účinnost.....	26
3.7 Ztráty .....	27
3.7.1 Ztráty místní.....	27
3.7.2 Ztráty třením po délce.....	28
4 Model .....	29
4.1 Vyhodnocení ztrát .....	29
4.1.1 Účinnost modelu.....	30
4.1.2 Parametry .....	30
4.2 Konstrukce modelu.....	31
4.3 Experiment .....	32
5 Aplikace .....	34
5.1 Zahradní zavlažovač trávy.....	34



5.2 Biologický filtr.....	34
5.3 Disperze tekutin .....	36
5.4 Bioreaktory .....	37
5.5 Čisticí mechanismus .....	37
6 Závěr.....	39
Seznam obrázků.....	40
Seznam tabulek.....	40
Seznam použitých zdrojů.....	41
Seznam použitých symbolů a zkratk .....	43
Příloha.....	45

## ÚVOD

Voda je nedílnou součástí lidstva od prvopočátku. Byla to fascinující věc z hlediska jejího chování a zároveň zcela běžná součást každodenního života. Právě proto, že k ní měl každý přístup, se stala předmětem neustálého pozorování s úvahami nad jejím využitím. Po poznání základních vlastností kapalin se začaly objevovat jisté možnosti, jak si díky ní usnadnit práci. Jedním z neobyčejných nápadů jejího využití je předmětem této práce.

Cílem práce je popis vodního stroje s názvem Segnerovo kolo, který je rozdělen do pěti kapitol. Je zde uveden historický kontext, teoretický rozbor, návrh modelu a ukázání příkladů použití stejného principu v současnosti.

První kapitola se zabývá historickými souvislostmi vynálezu a také jeho autorem. Původní nápad se stal inspirací pro další vynálezce usilující o lepší využitelnost vstupující energie do stroje. Docházelo k úpravám původního principu pohonu, které jsou zde zmíněny.

Druhá kapitola slouží k uvedení základních pojmů a rovnic mechaniky tekutin, které jsou použity k rozboru daného zadání. Zmíněny jsou jak poznatky z hydrostatiky, zahrnující zejména relativní klid kapalin, tak z hydrodynamiky směřované k proudění v relativním prostoru.

Třetí oddíl se zabývá podrobným rozбором Segnerova kola, jenž vychází z rovnic mechaniky tekutin uvedených v předešlé kapitole. Záměrem je odvození vztahů pro určení parametrů kola.

Předposlední kapitola je věnována návrhu demonstračního modelu na zadané parametry. Jsou zde přiblíženy hlavní konstrukční prvky stroje. Současně s návrhem jsou zjišťovány hodnoty jeho parametrů na základě předešlého odvozování se zahrnutím vlivu hydraulických ztrát vznikajících na jednotlivých prvcích Segnerova kola. Navrhnutý model byl vyroben a vyzkoušen. Obsahem práce je i výkresová dokumentace demonstračního modelu, která je součástí přílohy

Závěrem jsou ukázány některé příklady současně používaných mechanismů pracujících na stejném principu.

## 1 HISTORIE

Energie proudící vody byla využívána již od starověku. Vodní kolo, nejjednodušší stroj schopný přímé přeměny kinetické energie kapaliny na mechanickou práci, se používalo pro čerpání vody do zavlažovacích kanálů a k pohonu zařízení v oblasti Mezopotámie již přibližně 600 let př. n. l. Asi 150 let př. n. l. se objevují první zmínky o vodou poháněných mlýnech v Římské říši a v Řecku. Tento nápad se postupně šířil, až se roku 718 n. l. dostal do střední Evropy. Společně s vynalézáním a vývojem nejrůznějších zařízení, které měly větší nároky na stále ruční výrobu, bylo cílem najít způsob, jak si pomoci při jejich výrobě. Vodní pohon se při svém šíření začínal používat pro více účelů, ne jenom pro mletí obilí či zavlažování. Docházelo k různým úpravám vodních kol majících za cíl zvýšit výkon. Přizpůsoboval se jejich tvar i způsob přivádění vody, jako například používání korečníků s horním nátokem ve 14. století, čímž se dosáhlo téměř zdvojnásobení výkonu. V 16. století se objevovala kola s průměrem až 12 m. Zvětšování rozměrů však omezovalo umístění stroje. Náklady na jeho výrobu, obsluhu, údržbu se zohledňovaly také tak. Nebyl to směr vývoje, který by dostatečně uspokojil poptávku po potřebném pohonném výkonu. Proto se začínají objevovat experimenty s koly, jež využívají dynamického účinku vodního paprsku. Tento krok začíná směřovat k vývoji rovnotlakých vodních turbín. [2], [7]

### 1.1 O autorovi Segnerova kola



Obrázek 1 Johann Andreas Segner [1]

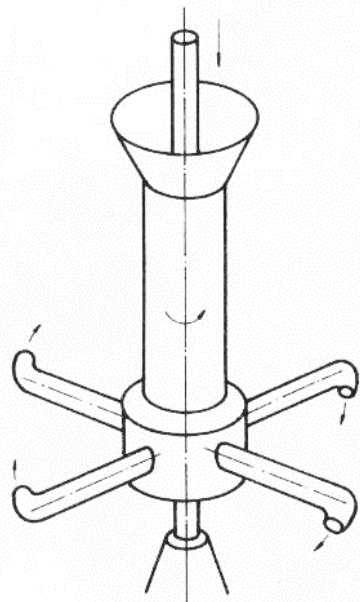
Roku 1750 se poprvé objevuje myšlenka do té doby netradiční. Zabývala se tím, zdali by se vodní kolo mohlo uvádět do pohybu samostatně. Johann Andreas Segner přispěl světu nalezením reaktivního pohonu. První zmínka o podobném jevu je sice ze starověkého Řecka, konkrétně Heronova baňka z prvního století n. l. [9], Segner jej však dokázal lépe uplatnit a hlavně popsat. S tímto principem pohonu se v pozdější době setkáváme u reakčních turbín nebo u raket. Jedná se o přímého předchůdce vodních turbín. Segner je proto právem označován za otce vodní turbíny. [8]

Segner se při svém studiu na lékaře v Jeně zajímal ještě navíc o matematiku a fyziku, jejichž přednášky často a rád navštěvoval. Po dokončení studií lékařské fakulty se jeho zájem soustředil spíše na fyziku. Roku 1732 se stává docentem a vede přednášky matematiky a medicíny na jenské univerzitě. O tři roky později byl jmenován profesorem matematiky a fyziky na univerzitě v Göttingenu. Jeho přibližně dvacetileté působení zde je považováno za vrchol jeho vědecké činnosti. Přispělo tomu i přátelství s Leonhardem Eulerem, který zaujímal pozici jak jeho oponenta, tak i jeho poradce. Ze Segnera se stal uznávaný přírodovědec své doby. Zajímal se o astronomii, optiku, mechaniku, hydromechaniku, dále chemii, či různé aplikace pro jeho původní obor – medicínu. Byl členem akademie věd Pruské, Petrohradské, anglické Royal Society nebo Královské společnosti v Göttingenu. [1]

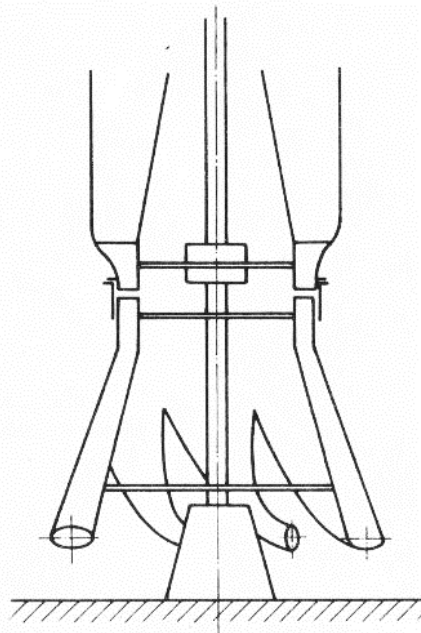
Od roku 1747 publikoval práce z oboru hydrauliky. Nejzajímavější se objevila roku 1750, ve které se zabývá kolem rotujícím vlivem reakce od vytékajícího paprsku kapaliny (obrázek 2), na jeho počest nazývané Segnerovo kolo. Celou problematiku popsal pro případ čtyř trubic zahnutých kolmo k radiálnímu směru. Pokusil se určit výtokovou rychlost kapaliny a její zvýšení v závislosti na vlivu rotace. V neposlední řadě zjistil účinnost stroje. Následně nechal vytvořit kolo větších rozměrů, které bylo umístěno v mlýně v Nörtenu, nedaleko Göttingenu, kde bylo použito pro pohon lisu rostlinného oleje. [8]

Eulera práce kolegy nepochybně zaujala. Prostudoval si Segnerovy experimenty a postupy. Následně navrhl úpravy stroje pro zvýšení jeho účinnosti. Tak vzniklo matematické zdůvodnění

základních teoretických poznatků všech lopatkových strojů. Nově se kapalina přiváděla pomocí rozvaděče vytvářející obvodovou složku rychlosti na vstupu do oběžného kola ve směru unášivé rychlosti tzv. bezrázový vstup, které mělo tvarované průtočné kanály, čímž se dosáhlo odstranění přibližně 50% ztrát energie. [8] Zatímco původní návrh dosahoval účinnosti  $\eta = 0,30$  až  $\eta = 0,40$ , nová koncepce, tzv. Eulerův stroj (r. 1754) dosahoval účinnosti až  $\eta = 0,70$  (obrázek 3). [2]



Obrázek 2 Segnerovo kolo [2]

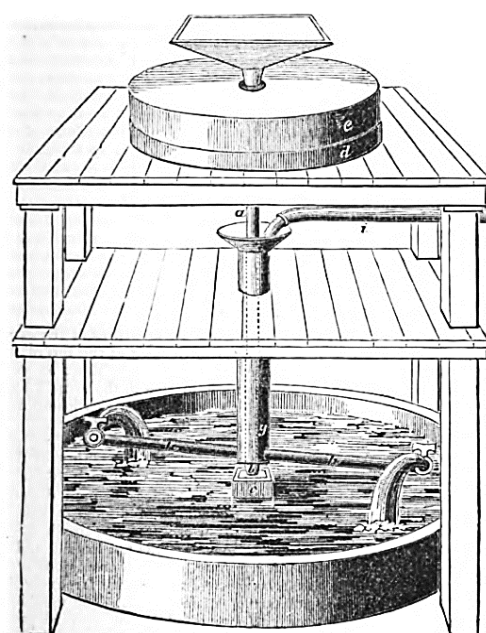


Obrázek 3 Eulerův stroj [2]

Segnerovi se podařilo vytvořit nový směr vývoje vodních pohonů. Účinnost stroje sice nenahradila současně používaná kola, s Eulerovým přepracováním se jim již dokázal vyrovnat. Dalším důležitým faktem je, že dokázal demonstrovat účinky již dříve objeveného reaktivního pohonu v praxi, čímž započalo bádání nad jeho použitím i v jiných situacích než jenom u vodních strojů.

## Jiní vynálezci

V literatuře je možné se s tímto kolem setkat pod jinými názvy. Příkladem může být Scotchova turbína, Hydraulický turniket, Parentův mlýn, nebo Bakerův mlýn. [10] Za vynálezce je většinou považován Segner. Ostatní názvy jsou odvozeny od prvních tvůrců v dané zemi, třeba Barker ze Spojeného království Velké Británie a Severního Irska, o němž je zmínka v „The Engineer's And Mechanic's“ a uvádí se již s rokem sestrojení 1745 (obrázek 4). [11]



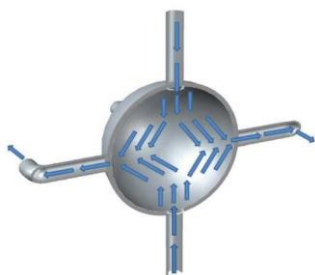
Obrázek 4 Barkerův mlýn [11]

## 1.2 Alternativní tvarová řešení

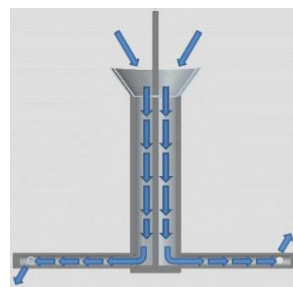
Hlavním použitým zdrojem je [9]. Od prvního objevení reakčního principu pohonu uplynulo několik století k znovuobjevení při použití vody jako pracovního média. V tomto případě si nápad získal mnoho příznivců. Zprvu docházelo k úpravám konstrukčního řešení stroje, poněvadž původní návrh s horním nátokem byl poměrně složitý na výrobu i následnou údržbu v provozu. Jednalo se o tvarování rotující hlavy do užitečnějšího tvaru a jejího uložení. Kanál oběžného kola byl postupně se zužující s cílem zvýšit kinetickou energii proudící kapaliny na úkor potenciální. V dalších úvahách o zlepšení se začalo využívat zvýšení tlaku způsobeného rotací uvedeného v kapitole 2.2.2. V důsledku vynálezu lepších hydraulických strojů byla až roku 1954 zmíněna výrazně levnější reakční turbína, než současně používané, která měla oběžné kolo zcela zaplněné vodou. Tímto způsobem se dosáhlo navýšení spádu, jež je někdy nazýváno jako „samo-tlakující efekt“.

V tabulce 1 je uveden postupný vývoj jednoduchých reakčních turbín. Whitlawův mlýn byl navržen s cílem zvýšení účinnosti díky změně tvaru kanálů oběžného kola tak, aby došlo ke zvýšení relativní rychlosti. Pozdější Quekova turbína byla podpořena výpočty pro maximální snížení ztrát třením v kanálech. Nároky na výrobu obráběním z jednoho bloku ale neumožňovaly její rozšíření. Přispěla tomu i účinnost, jež při měření nepřesáhla hodnotu 45 procent. Další zobrazení představitelé se snaží více pracovat se zvýšením tlaku vlivem rotace a tím dosáhnout lepšího využití vstupující energie. Rotor sestavený z ocelových trubek, na jejichž koncích je výrazné zúžení průřezu, nebylo možné z důvodu pevně daných katalogových rozměrů dostatečně přizpůsobovat podmínkám spádu a průtoku. Štěrbínová reakční turbína již tento nedostatek spolehlivě překonala. Velikost štěrbin již umožňuje použít větších průtoků a tím i zvýšit výkon. Nasměrování výtoku je sice trochu obtížnější, uložení celé rotační hlavy představuje závažnější nedostatek. Posledním typem je tzv. Z-rotorová turbína, která vychází z poznatků všech předešlých prototypů a je ze všech nejjednodušší. Sestává se z plastových trubek, které jsou snadno dostupné, nenáročné na opracování a jednoduše přizpůsobitelné daným provozním podmínkám.

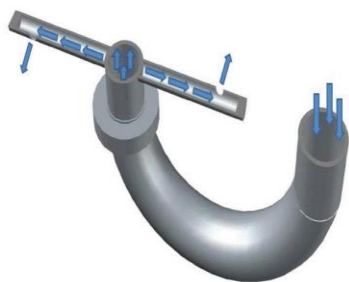
Tabulka 1 Vývoj reakčních turbín s uvedením období vynalezení. [9]



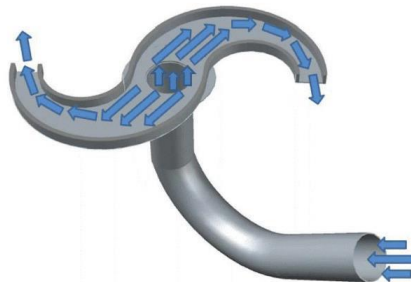
Heronova baňka – 1. století našeho letopočtu



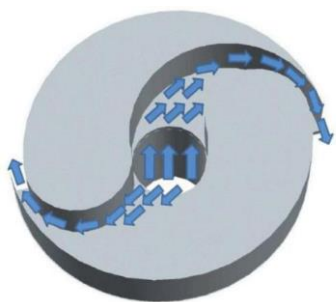
Segnerovo kolo, případně Barkerův mlýn – přibližně roku 1750



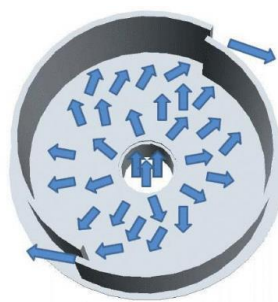
Pupilova turbína – 1775



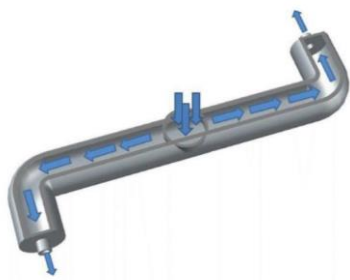
Whitlawův mlýn – 1839



Quekova turbína – 2003



Štěrbínová reakční turbína – 2009



Příčná trubicová turbína – 2009



Z – rotorová turbína – 2014

## 2 TEORETICKÝ ZÁKLAD ROTAČNÍCH STROJŮ

### 2.1 Uvedení pojmů

Mají-li být popsány zákonitosti mechaniky tekutin, je nutné nejdříve přiblížit pojem tekutina. Její základní vlastností je *tekutost* (velká nevratná deformace) vycházející ze slabých vazeb mezi částicemi, které se mohou vzájemně pohybovat. Tekutina je obecně taková látka, která není schopna odolat působení smykového napětí a okamžitě se dává do pohybu. Z hlediska velikosti kohezních sil se tekutiny dělí na kapaliny a plyny. U částic kapalin jsou působí přitažlivé síly dostatečně velké na to, aby způsobily jejich větší soudržnost.

**Kapaliny** přejímají vlivem snadné pohyblivosti částic tvar nádoby, ve které se nacházejí. Objem není zcela vyplněn, existuje zde díky působení hmotnostních a kohezních sil rozhraní mezi plynem, nazývané volnou hladinou. Objemová změna vlivem tlakového (normálového) působení je velice malá. Vnitřní třecí účinky (viskozita, znázorňována tečným napětím) se při pohybu kapaliny mohou projevovat již výrazněji. Avšak existuje model tekutiny zvaný **ideální kapalina**, který vlivy stlačitelnosti nebo viskozity zanedbává.

Prostředí tvořené kapalinou je *izotropní a spojitě vyplněné*, které lze považovat za *kontinuum*. Proto parametry zavedené pro popis vlastností kontinua kapaliny se mění spojitě (např. tlak, teplota, hustota aj.). Jejich změny po objemu jsou dány spojitými funkcemi.

**Elementární objem** je část kapaliny o velikosti  $dV = dx \cdot dy \cdot dz$ . Jedná se o náhradu hmotného bodu využívaného v jiných mechanikách. Rozměry vytnutého prostoru jsou z hlediska proudového pole kapaliny tak malé, že zde nedochází ke změnám vlastností kontinua (tlak, rychlost, hustota, aj.), ale v porovnání s velikostmi molekul jsou poměrně velké, tedy tvoří makroskopickou částici. Rovnice hydromechaniky jsou vytvořené pro popis kontinua, jelikož pohyb jednotlivých molekul není v naprosté většině případů podstatný.

Na základě izotropie látky lze většinu úloh řešit pomocí elementárního objemu  $dV$  a matematických závislostí tak zjištěných rozšířit na celou vyšetřovanou oblast. Jedná se zejména o rovnice rovnováhy založené na základních zákonech zachování hmotnosti, momentové a silové rovnováhy, energie (mechanické), nebo větě o změně hybnosti.

### 2.2 Hydrostatika

Rozlišení mezi stavem, kdy je kapalina v klidu, nebo v pohybu probíhá na základě vzájemného pohybu makročástic kontinua. Pokud se jejich poloha vůči sobě nemění, kapalina je v klidu. Tento jev nastává i v případě tzv. **relativního klidu**, což je pohyb nádrže s konstantním zrychlením. Dochází k němu například při pohybu přímočarém rovnoměrně zrychleném (zpo-  
maleném), nebo u rotačního pohybu nádrže s konstantní úhlovou rychlostí.

#### 2.2.1 Eulerova rovnice hydrostatiky

Na kapaliny působí síly plošné (tlakové)  $F_p$  a hmotnostní  $F_m$  (silové pole). Tečné napětí je vlivem vzájemného klidu částic nulové. Eulerova rovnice hydrostatiky vyjadřuje silovou rovnováhu kapaliny v klidu, tedy:

$$\vec{F}_m + \vec{F}_p = 0, \quad (2.2.1)$$

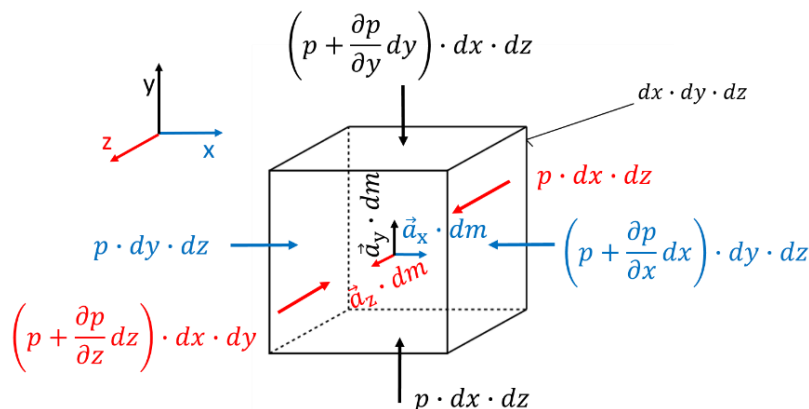
kde jednotlivé síly vztažené na elementární objem (obrázek 5) mají velikost: hmotnostní síla  $d\vec{F}_m = \vec{a} \cdot \rho \cdot dV$ , tlaková síla  $d\vec{F}_p = -p \cdot \vec{n} \cdot dS$  se záporným znaménkem z důvodu opačné orientace směru působení tlaku a vnější normály plochy. V celém objemu je rovnováha sil dána součtem všech elementárních:



$$\iiint_V \vec{a} \rho dV - \oint_S p \vec{n} dS = 0 \quad (2.2.2)$$

S využitím Gaussovy-Ostrogradského věty je plošný integrál přes uzavřenou plochu převeden na objemový. Má-li být výsledek na vyšetřované oblasti roven nule i integrant se musí rovnat nule, z čehož plyne:

$$\vec{a} \cdot \rho - \text{grad } p = 0. \quad (2.2.3)$$



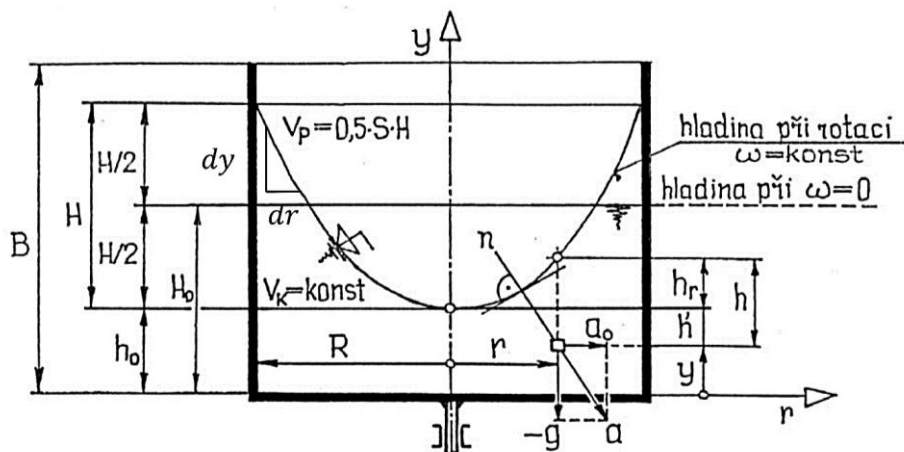
Obrázek 5 Elementární krychle se silovým působením

Obecný zápis silové rovnováhy kapaliny v klidu se vyjadřuje ve vektorovém tvaru, přičemž složky jsou poděleny hustotou  $\rho$ , aby výsledný tvar měl charakter jednotkových sil [ $N \cdot kg^{-1} = m \cdot s^{-2}$ ]:

$$\vec{a} - \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad } p = 0 \quad (2.2.4)$$

## 2.2.2 Rotující nádoba

Zajímavou hydrostatickou úlohou je nádoba s kapalinou otáčející se kolem vertikální osy konstantní úhlovou rychlostí. Vlivem otáčivého pohybu se zde projevuje i přítomnost dostředivého zrychlení. Zatímco gravitační zrychlení je považováno za konstantní, dostředivé je funkcí vzdálenosti od osy rotace  $r$ . Směrnice tlakových ploch je proto v centrálním směru různá. Obrázek 6 zachycuje danou situaci v osovému řezu. Z důvodu osové symetrie se uvažuje sférický souřadný systém  $r, y, \varphi$ .



Obrázek 6 Schéma rotující nádrže s kapalinou [3]



Kde:

- B..... je výška nádoby,
- H..... je výška rotačního paraboloidu,
- H<sub>0</sub>..... je výška hladiny nad dnem za klidu  $\omega = 0$ ,
- h<sub>0</sub>..... je výška vrcholu paraboloidu nad dnem,
- R..... je poloměr válcové nádrže,
- r..... je obecný poloměr elementární částice,
- h..... je tlaková výška elementární částice od hladiny za rotace,
- h<sub>r</sub>..... je výška paraboloidu na obecném poloměru  $r$  měřená od jeho vrcholu,
- y..... je vertikální výška uvažovaného elementu nad dnem od počátku souřadnic.

## Tvar hladinové plochy a tlakové hladiny

Z Eulerovy rovnice hydrostatiky 2.2.4 je patrné, že pokud působí na kapalinu v klidu vnější hmotnostní síla, vznikne tlakové pole s gradientem. **Tlaková plocha** je geometrické místo bodů stejných tlaků  $p = konst$ , neboli změna  $dp = 0$ . S pomocí zmíněné rovnice se získá tlaková plocha ve tvaru:

$$dp = \rho \cdot a_x \cdot dx + \rho \cdot a_y \cdot dy + \rho \cdot a_z \cdot dz = \rho \cdot \vec{a} \cdot d\vec{l} = 0, \quad (2.2.5)$$

kde  $d\vec{l}$  je vektor posunutí po hladinové ploše. Mezi výslednicí zrychlení  $\vec{a}$  a posunutím je v tomto případě pravý úhel, viz obrázek 6 v pravé dolní části.

Aplikací d'Alambertova principu je zavedeno odstředivé zrychlení  $a_0$ , jehož velikost je stejná jako u zrychlení dostředivého  $a_n = r \cdot \omega^2$ , ale směřuje na opačnou stranu. Potom lze zrychlení  $\vec{a} = (a_0; -g)$  a posunutí  $d\vec{l} = (dr; dy)$  dosadit do rovnice hladinové plochy, čímž vznikne diferenciální rovnice ve tvaru:

$$(r\omega^2) \cdot dr - g \cdot dy = 0,$$

jejíž integrací je:

$$\frac{r^2\omega^2}{2} - g \cdot y = K.$$

Integrační konstantu  $K$  lze získat z okrajových podmínek: v poloze  $r = 0$  je hladina  $y = h_0$ . Pak má výsledný tvar podobu rotačního paraboloidu:

$$\frac{r^2\omega^2}{2} + g \cdot (h_0 - y) = 0 \quad (2.2.6)$$

## Tlak v místě kapaliny

K určení tlaku ve zvoleném bodě se použije diferenciální rovnice tlakové funkce 2.2.5 ve tvaru:

$$\frac{dp}{\rho} = (r\omega^2) \cdot dr - g \cdot dy,$$

která integrací přejde do tvaru:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{r^2\omega^2}{2} - g \cdot y + K.$$

Integrační konstanta  $K$  je určena na základě okrajových podmínek  $r = 0$ ,  $y = h_0$ ,  $p_{př.} = 0$ , tedy:

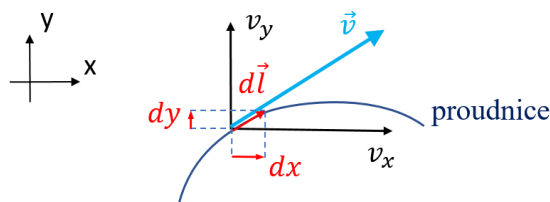
$$p = \rho \cdot g \cdot \left[ \frac{r^2\omega^2}{2g} + h_0 - y \right]. \quad (2.2.7)$$

První člen v závorce představuje výšku *paraboloidu*  $h_r$  v obecném bodě o souřadnici  $r$ , z čehož plyne, že funkce přiřazující proměnné  $r$  hodnotu tlaku je kvadratická. Celá závorka vyjadřuje výšku sloupce kapaliny nad řešeným bodem.

## 2.3 Hydrodynamika

Pohyb kapaliny v daném objemu se nazývá **proudění**. Makročástice při svém pohybu vytváří souvislou křivku, nazývanou **trajektorie**. Jedná se o skutečné polohy částice. Dále byla zavedena pomyslná křivka nazývaná **proudnice**, mající tu vlastnost, že tečny k ní vytvořené znázorňují směry vektoru okamžité rychlosti, viz obrázek 7. V případě ustáleného proudění (rychlost není funkcí času,  $\partial/\partial t = 0$ ) se proudnice ztotožňuje s trajektorií. V případě neustáleného se od ní odlišuje a tvoří obálku vektorů rychlosti. Z podobnosti trojúhelníků tvořených vektorem rychlosti  $\vec{v}$  nebo elementu posunutí  $d\vec{l}$  a jejich průměty do směrů souřadných os vychází diferenciální rovnice proudnice.

$$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} = \frac{dz}{v_z} \quad (2.3.1)$$



Obrázek 7 Proudnice

### 2.3.1 Rovnice kontinuity

Pro kapalinu proudící daným kontrolním objemem platí obecně závazný zákon o zachování hmotnosti neboli nedochází k celkové změně hmotnosti. Podle Eulerova přístupu řešení pohybu kontinua, kde proudové veličiny (rychlost, průtok, tlak, aj.) závisí na sledovaném místě prostoru a jsou obecně časově proměnné [6], může dojít ke změně hmotnosti dvěma způsoby. Lokální změnou (místní), která je závislá na čase ( $\partial/\partial t \neq 0$ ), nebo konvektivní změnou, která je závislá na posunutí v proudovém poli.

Rovnici kontinuity **pro neustálené prostorové proudění stlačitelné tekutiny** má tvar:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0. \quad (2.3.2)$$

Danou rovnici lze zjednodušit odstraněním členu závislého na čase při ustáleném proudění, tedy  $\partial(\rho)/\partial t = 0$ . Dále v případě nestlačitelné tekutiny ( $\rho = \text{konst.}$ ), až na tvar pro **nestlačitelnou kapalinu**:

$$\text{div}(\vec{v}) = 0. \quad (2.3.3)$$

Integrální forma je získána vyřešením vztahu  $\iiint_V \text{div}(\vec{v}) dV$ . Pokud je uvažováno **jedno-rozměrné proudění**, např. potrubí, s využitím Gauss-Ostrogradského věty nabývá tvaru:

$$v \cdot S = \text{konst.} \quad (2.3.4)$$

Přičemž konstanta na pravé straně je označována jako objemový průtok  $Q_V = Q [m^3 \cdot s^{-1}]$ . U stlačitelné kapaliny nabývá tvaru  $\rho \cdot v \cdot S = \text{konst.}$ , kde konstantou je hmotnostní průtok  $Q_m = Q [kg \cdot s^{-1}]$ .

### 2.3.2 Eulerova rovnice hydrodynamiky

Silové rovnováhy stanovené na elementárním objemu v hydrostatice se účastnily síly hmotnostní vnější  $\vec{F}_m$  a tlakové  $\vec{F}_p$ . Při pohybu makročástice se navíc projeví jak síla setrvačná  $\vec{F}_s$ , tak třecí  $\vec{F}_t$  (zapříčiněná viskozitou kapaliny). Silová rovnováha sestavená ze sil vztažených na jednotku hmotnosti má podobu:  $\vec{F}_m + \vec{F}_p + \vec{F}_t = \vec{F}_s$ .

Eulerova rovnice hydrodynamiky se omezí na ideální kapalinu (neuvažuje se vliv tření). Pak je zapsána ve tvaru:

$$\vec{F}_m + \vec{F}_p = \vec{F}_s, \quad (2.3.5)$$

kde setrvačná síla vychází ze změny hybnosti  $\vec{H}$ . Dle Eulerova přístupu  $\vec{F}_s = D\vec{H}/Dt$  je složena z konvektivního zrychlení  $\vec{a}_k = \vec{v} \text{ grad } \vec{v}$  a lokálního  $\vec{a}_t = \partial \vec{v} / \partial t$ , podle kterého se rozlišuje ustálenost proudění. Eulerova rovnice hydrodynamiky **pro nestlačitelnou kapalinu** má tvar:

$$\vec{a} - \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad } p = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \text{ grad } (\vec{v}). \quad (2.3.6)$$

V případě ustáleného proudění je první člen na pravé straně roven nule. Setrvačné zrychlení bude tvořeno pouze polohovou změnou rychlosti v proudovém poli.

Eulerova rovnice hydrodynamiky má pouze diferenciální tvar, jehož konvektivní složka zrychlení je nelineární člen, čímž se možnost analytického řešení výrazně omezuje. Lze jí však popsat celé proudové pole (pouze jednou rovnicí).

### 2.3.3 Bernoulliho rovnice

V návaznosti na předešlou Eulerovu silovou rovnici byla odvozena rovnice, která se zabývá energetickou rovnováhou kapaliny v pohybu. Podmínkou je existence potenciálu vnějších hmotnostních sil a v následujícím uvedení i proudění ideální kapaliny.

Výsledkem integrace Eulerovy rovnice hydrodynamiky po proudnici  $l$  je elementární práce (vztažená na jednotku hmoty). Jedná se o součin „zrychlení  $\times$  dráha“, označovaný jako měrná energie  $Y$  [ $J \cdot kg^{-1} = m^2 \cdot s^{-2}$ ]. Rovnice má tvar:

$$\vec{v} \cdot \text{grad } \vec{v} \cdot d\vec{l} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot d\vec{l} + \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad } p \cdot d\vec{l} - \vec{a} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (2.3.7)$$

Integrací uvedené diferenciální rovnice z bodu 1 do bodu 2 po proudnici při uvažování ideální kapaliny se dospěje ke tvaru:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{1}{\rho} p + \int_1^2 a_t dl - U = konst, \quad (2.3.8)$$

kde jednotlivé členy mají svůj fyzikální význam:

- $v^2/2$  – je kinetická měrná energie, nebo také měrná práce potřebná ke zrychlení z počáteční rychlosti  $v$  na  $v + dv$ ,
- $p/\rho$  – je tlaková měrná energie neboli měrná práce tlakových sil na dráze  $dl$ ,
- $a_t \cdot dl$  – je zrychlující měrná energie, též měrná práce potřebná k urychlení kapaliny na dráze  $dl$ , přičemž  $a_t = \partial v / \partial t$  je lokální zrychlení, které se projevuje u nestacionárního proudění,
- $\vec{a} \cdot d\vec{l} = dU$  – je potenciální měrná energie, také měrná práce vnějšího objemového silového působení na dráze  $dl$ . Zde je nutné, aby zrychlení  $\vec{a}$  mělo potenciál  $U$  z důvodu integrace členu, jelikož platí:  $\vec{a} = \text{grad } U$ ,

- konstanta na pravé straně vyjadřuje neměnnost množství energie pohybující se makročástice po vyšetřované proudnici v daném časovém okamžiku. Při ustáleném proudění se rovnice zjednoduší zániknutím třetího členu.

Pokud bude vnější potenciálové pole tvořeno pouze gravitačním zrychlením  $g$ , tedy  $U = -g \cdot z + konst$  ( $z$  je výška), pak **Bernoulliho rovnice pro ideální kapalinu** má tvar:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = konst. \quad (2.3.9)$$

## Průřezová Bernoulliho rovnice

V praxi je vzhledem k obtížnému určení proudnice rovnice integrována mezi dvěma průřezy potrubí. Jelikož se rychlost po průřezu mění, je potřebná korekce velikosti měrných kinetických energií. Proto byl zaveden součinitel zvaný **Coriolisovo číslo**  $\alpha$ , který udává poměr skutečné měrné kinetické energie proudu k měrné kinetické energii střední průřezové rychlosti. V případě turbulentního proudění je téměř roven 1, a proto se do většiny výpočtů nezahrnuje. Tlak je na průřezu neměnný.

## Bernoulliho rovnice pro skutečnou kapalinu

U proudění skutečné kapaliny se projeví třecí síly, jejichž práce je označována jako ztrátová měrná energie  $Y_z$  [ $J \cdot kg^{-1}$ ]. Jedná se o disipaci energie ve formě tepla s následkem poklesu mechanické energie ve směru toku. Rovnice k ose potrubí mezi body 1 a 2 má tvar:

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 + Y_{z1,2}. \quad (2.3.10)$$

## Ztrátová měrná energie

Množství nevyužitelné energie z celkové mechanické energie proudící kapaliny je možné určit s pomocí **Weisbachova vztahu** na základě ztrátového součinitele  $\zeta_z$ , zahrnující ztráty místní  $\zeta_m$  a třecí po délce  $\zeta_L$ , násobeného měrnou kinetickou energií.

$$Y_z = \zeta_z \cdot \frac{v^2}{2} \quad (2.3.11)$$

Velikost hydraulického odporu reálné kapaliny závisí na typu proudění (laminární, turbulentní), které lze určit podle Reynoldsova podobnostního čísla dávajícího do souvislosti střední rychlost v profilu  $v$ , hydraulický průměr profilu  $D_h$  a kinematickou viskozitu kapaliny  $\nu$ :

$$Re = \frac{v \cdot D_h}{\nu}. \quad (2.3.12)$$

### 2.3.4 Bernoulliho rovnice pro rotující kanál

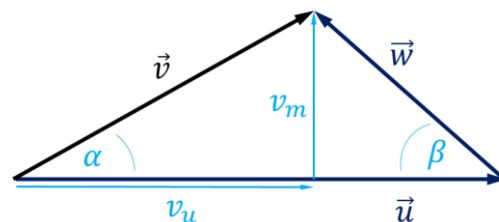
Mnoho hydraulických strojů je založeno na principu rotačního pohybu oběžného kola. Průchod kapaliny je ovlivňován působením síly gravitační, síly způsobující změnu hybnosti, dále silovým polem znázorňovaného dostředivým a Coriolisovým zrychlením.

Jevy probíhající v oběžném kole, které je modelováno rotujícím kanálem, lze řešit ve dvou souřadných systémech: v absolutním, spojeném se zemským povrchem, nebo v relativním, svázaném s rotujícím kanálem. Z kinematického hlediska je rychlost elementárního objemu tvořena rychlostí relativní  $w$ , unášivou obvodovou  $u$  a jejich vektorovým součtem rychlostí absolutní  $v$ , viz obrázek 8.

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{w} \quad (2.3.13)$$

Kde:

$v$  je absolutní rychlost,  
 $w$  relativní rychlost,  
 $u$  unášivá rychlost,  
 $v_u$  unášivá složka absolutní rychlosti,  
 $v_m$  meridiální složka absolutní rychlosti.



Obrázek 8 Rychlostní trojúhelník

## Relativní souřadný systém

**Rovnice kontinuity** je platná i v relativním souřadném systému, přičemž se pracuje s relativní rychlostí.

$$w_1 \cdot S_1 = w_2 \cdot S_2 = konst. \quad (2.3.14)$$

Platnost **Bernoulliho rovnice** v relativním souřadném systému je podmíněna existencí potenciálu vnějšího zrychlení  $U$ , jehož jedna složka má směr osy kanálu. Vzhledem k nulové práci sil od potrubí na kapalinu má tvar, který vyjadřuje, že nedochází ke změně celkové měrné energie kapaliny. Coriolisovo zrychlení má směr kolmý k proudění, proto není uvažováno. Rovnice pro ustálené proudění je mezi body 1 a 2:

$$\frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - \frac{u_1^2}{2} + gz_1 = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} - \frac{u_2^2}{2} + gz_2 + Y_{z1,2}. \quad (2.3.15)$$

Třetí a čtvrtý člen vychází z potenciálu:

$$U = \frac{r^2 \cdot \omega^2}{2} - g \cdot z + konst = \frac{u^2}{2} - g \cdot z + konst.$$

## Absolutní souřadný systém

Z vnějšího pohledu na rotující kanál není měrná energie kapaliny konstantní. Tok kapaliny je ovlivňován silou měnící jeho hybnost, která se pohybuje po dráze kolem osy stroje. Pro turbínový směr proudění je změna energie rovna:

$$\Delta Y = \left( \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 \right) - \left( \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + gz_2 \right). \quad (2.3.16)$$

Jelikož jsou tlaky a výšky stejné v obou souřadných systémech, lze uvedenou rovnici upravit do tvaru vyjadřující **měrnou energii turbíny**:

$$\Delta Y = 1/2 \cdot [(v_1^2 - v_2^2) + (w_2^2 - w_1^2) + (u_1^2 - u_2^2)] + Y_{z1,2} \quad (2.3.17)$$

Změna měrné energie kapaliny je určena kinetickými měrnými energiemi a ztrátovou měrnou energií, která by v případě proudění ideální kapaliny byla nulová. Pak by se jednalo o ideální měrnou energii  $Y_{id}$ .

### 2.3.5 Eulerova energetická rovnice

Změna měrné energie kapaliny je vyjádřena ve tvaru odvozeného z rovnice 2.3.17 použitím kosinové věty, čímž se eliminují rozdíly kvadrátů relativních rychlostí. **Eulerova turbínová rovnice** má tvar:

$$\Delta Y = (u_1 \cdot v_{u1} - u_2 \cdot v_{u2}) + Y_{z1,2}, \quad (2.3.18)$$

kde 1 patří vstupnímu profilu rotujícího kanálu, 2 patří výstupnímu profilu rotujícího kanálu. Je zřejmé, že nejlepších výsledků se dostane, pokud bude člen  $u_2 v_{u2}$  minimální.

### 3 ODVOZENÍ VZTAHŮ PRO SEGNEROVO KOLO

Následující část práce je zaměřena na praktické použití zmíněných zákonitostí mechaniky tekutin. Historicky bylo Segnerovo kolo prvním předstupněm vzniku vodních turbín, a to hlavně zásluhou Leonharda Eulera, jehož rovnice popsaly děje probíhající v oběžném kole. I tentokrát bude Segnerovo kolo sloužit k prvnímu seznámení se s jevy vyvolanými proudící kapalinou.

**Zadání úlohy k vyřešení je následovné.** Výška sloupce kapaliny činí 300 mm, uvažuje se její udržování na konstantní hodnotě, dále průměr oběžného kola má být 300 mm. Rozměry jsou takto voleny z důvodu snadného přenosu stroje za účelem demonstrace hydraulických jevů na reálném modelu.

#### 3.1 Rozbor úlohy

Jedná se o rotující nádobu s bočním výtokem v dolní části, který je tvořen trubicí s ohybem na jejím konci. Kapalina je ovlivněna dostředivým zrychlením, jehož důsledkem je změna celkového hmotnostního zrychlení. Volná hladina zaujme tvar rotačního paraboloidu, jak bylo odvozeno v kap. 2.2.2. Tlak určený v odstavci o hydrostatice již neodpovídá dané situaci s proudící kapalinou a je vztažen k nejnižšímu místu hladiny, viz obrázek 9.

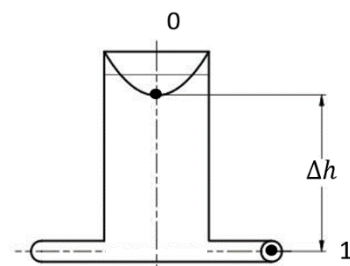
Průchod kapaliny celým tělesem zaznamenává Bernoulliho rovnice v relativním a absolutním souřadném systému. Za referenční body jsou voleny nejnižší místo na hladině nádoby a místo výtoku z ramene kola. V obou případech mají hodnotu tlaku rovnou atmosférickému. Dále je potřebné zahrnout negativní účinky ztrát plynoucích z vlastností reálné kapaliny, vznikající na vtoku, třením po délce a ve změně směru trubičky. Tedy lze napsat rovnice ve tvaru:

Bernoulliho rovnice v relativním souřadném systému,

$$\frac{w_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} - \frac{u_0^2}{2} + gz_0 = \frac{w_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} - \frac{u_1^2}{2} + gz_1 + Y_{z0,1} \quad (A)$$

a Bernoulliho rovnici v absolutním souřadném systému:

$$\frac{v_0^2}{2} + \frac{p_0}{\rho} + gz_0 = \frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 + Y_T. \quad (B)$$



Obrázek 9 Výška sloupce kapaliny

#### 3.2 Okrajové podmínky

Na základě okrajových podmínek lze rovnice A a B přizpůsobit dané úloze. Podle směru průchodu kapaliny tělesem bude jako první vyšetřován bod 0, viz obrázek 9. Hladina je zde udržována na konstantní výškové souřadnici  $z_0 = h_0$  vůči referenční hladině zvolené v poloze osy ramene. Umístění bodu je na ose rotace. Jednotlivé rychlosti mají velikost: relativní rychlost  $w_0 = 0$ , unášivá  $u_0 = \omega r = 0$ , jejich součtem je absolutní  $v_0 = 0$ . Tlak dosahuje hodnoty tlaku atmosférického  $p_0 = p_a$ .

V bodě 1 na výtoku je zvolena referenční hladina, tudíž souřadnice  $z_1 = h_1 = 0$ .

Dále se výpočtu účastní měrná ztrátová energie, jejíž velikost je vztažena k výtokové rychlosti  $w_1$ . Celkový ztrátový součinitel  $\zeta_z$  lze určit pro danou geometrii a jakost povrchu ramene.

$$\begin{aligned}
\text{O. P.:} \quad & p_0 = p_1 = p_a \\
& w_0 = v_0 = u_0 = 0 \\
& gh_0 - gh_1 = g\Delta h \\
& Y_{z0,1} = \zeta_z \frac{w_1^2}{2}
\end{aligned}$$

Dosažením okrajových podmínek do rovnice A a B získají podobu:

$$g\Delta h = \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} + \zeta_z \frac{w_1^2}{2}, \quad (A)$$

$$g\Delta h = \frac{v_1^2}{2} + Y_T. \quad (B)$$

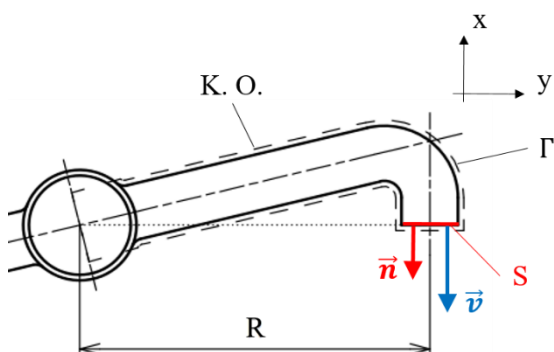
Jelikož rychlost  $u_1 = \omega \cdot R = 2\pi n \cdot R$ , (viz obrázek 10), kde  $R$  je poloměr ke středu výtokové plochy  $S$  a  $n$  jsou otáčky  $[\text{ot.s}^{-1}]$ , lze napsat:

$$g\Delta h = \frac{w_1^2}{2} - \frac{(2\pi n R)^2}{2} + \zeta_z \frac{w_1^2}{2}. \quad (A)$$

Pro vyřešení uvedených dvou rovnic je vzhledem k počtu neznámých parametrů  $\{w_1, n, v_1\}$  nutné použít dalších závislostí.

### 3.3 Moment síly

Jedním z parametrů každého hnacího stroje je krouticí moment. U Segnerova kola je dán silou působící na rameno v osové vzdálenosti  $R$ . Výpočet síly je založen na větě o změně hybnosti řešené metodou kontrolních objemů. Silami působící na pohybující se kapalinu se zabývala Eulerova rovnice hydrodynamiky 2.3.6:



Obrázek 10 Kontrolní objem

$$\vec{a} - \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad } p = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \text{grad}(\vec{v}).$$

V tomto případě, s konstantní výškou hladiny, se jedná o ustálené proudění  $\partial v / \partial t = 0$ .

**Silová rovnováha kontrolního objemu (K.O.)** je pak popsána diferenciální rovnicí:

$$\vec{a} - \vec{v} \text{grad}(\vec{v}) - \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad } p = 0. \quad (3.3.1)$$

Zjištění bilance diferenciální rovnice neboli sledování toku hybnosti přes všechny plochy je:

$$0 = \iiint_V \vec{a} dV - \iiint_V \vec{v} \text{grad}(\vec{v}) dV - \iiint_V \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad } p dV. \quad (3.3.2)$$

Za pomoci Gaussovy-Ostrogradského věty je objemový integrál převeden na plošný, rovnice je dále upravena vynásobením hustotou  $\rho$ . Síla  $\vec{G}$  je výsledkem objemové integrace hmotnostních sil  $\vec{a} \cdot \rho$  na K.O. Pak se dostane tvaru:

$$0 = \vec{G} - \iint_{S+\Gamma} \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS - \iint_{S+\Gamma} p \vec{n} dS. \quad (3.3.3)$$

Po rozepsání konvektivního i tlakového členu na všechny plochy:

$$0 = \vec{G} - \iint_S \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS - \iint_{\Gamma} \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) d\Gamma - \iint_S p \vec{n} dS - \iint_{\Gamma} p \vec{n} d\Gamma. \quad (3.3.4)$$

Na neprůtočných plochách  $\Gamma$  rychlost nemá žádnou složku ve směru normály, proto je součin  $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$ . Člen konvektivního zrychlení vyšetřovaný na neprůtočné oblasti se celkové bilance nezúčastní.

Pohled na danou situaci shora, též ve směru osy rotace, představuje obrázek 10. Tíhové zrychlení je kolmé na osu kanálu. Působení gravitačních sil bude eliminováno ložisky stroje a na síle vytvářející krouticí moment se nebude podílet. Účinky  $\vec{G}$  nebudou uvažovány.

Tlakové síly na K.O. se projeví, pokud je hodnota tlaku různá od atmosférického. To vychází z gradientu  $p_a = konst$ :

$$\oint_{S+\Gamma} p_a \vec{n} dS = \iiint_V grad p_a dV = 0 . \quad (3.3.5)$$

Člen vyšetřující plochu  $S$  s tlakem  $p_a$  výsledné síle nepřispívá.

Po prozkoumání všech aspektů výpočtu se docílí konečné vektorové podoby silové rovnováhy v K.O. ve tvaru:

$$0 = - \iint_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS - \iint_{\Gamma} p \vec{n} d\Gamma . \quad (3.3.6)$$

Hledaná síla působící na trubici je rovna součtu elementárních sil působících na neprůtočnou plochu  $\Gamma$ , což lze vyjádřit rovnicí:

$$\vec{F} = - \iint_S \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS . \quad (3.3.7)$$

Obrázek 11 zachycuje kinematiku proudící kapaliny na výtokové části ramene s plochou  $S$  na poloměru  $R$ . Všechny vektory leží na společné nositelce, která zaujímá tečný směr k pohybu. Rychlostní trojúhelník proto přechází v úsečku, kde platí:

$$v_1 = w_1 - u_1 \quad (3.3.8)$$

Podle zvoleného souřadného systému budou mít členy rovnice 3.3.7 složky:

$$\vec{v}_1 = (-v_x; 0; 0) ,$$

$$\vec{n}_1 = (-1; 0; 0) .$$

A tedy síla působící na kontrolní objem se bude sestávat pouze ze složky ve směru osy  $x$ . Jelikož skalární součin vektoru rychlosti a orientované plochy  $(\vec{v} \cdot \vec{n}) \cdot S$  obecně představuje objemový

průtok danou plochou, je průtok v tomto případě tvořen součinem relativní rychlosti a plochy.

$$\vec{w}_1 = (-w_1; 0; 0)$$

Složka síly ve směru osy  $x$ :

$$F_x = -\rho (-v_1) ((-w_1)(-1)) S ,$$

$$F_x = \rho v_1 Q . \quad (3.3.9)$$

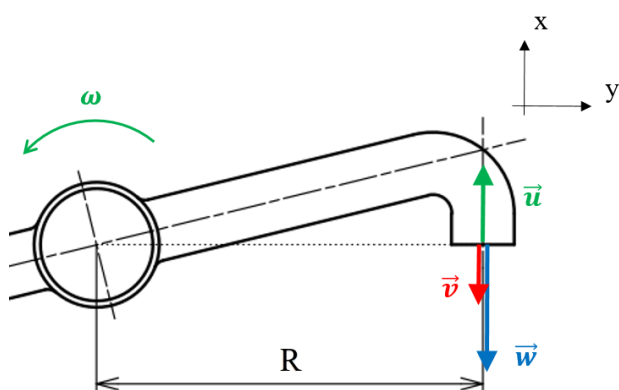
Pokud bude provedena substituce  $v_1$  podle rovnice 3.3.8, tak se získá tvar:

$$F_x = \rho (w_1 - u_1) Q . \quad (3.3.10)$$

**Moment síly** k ose Segnerova kola bude roven:

$$M_k = F_x \cdot R . \quad (3.3.11)$$

Nyní lze přistoupit k výpočtu výkonu stroje za účelem zajištění třetí rovnice pro určení třetího neznámého parametru, konkrétně otáček  $n$ .



Obrázek 11 Rychlosti v místě výtoku



### 3.4 Výkon

Základním parametrem všech hydraulických strojů je výkon. Určuje, jaké množství mechanické energie je v daném čase přenášeno hřídelí. Při provedení porovnání se vstupujícím množstvím energie proudící kapaliny do stroje se zjistí účinnost.

Výkon je stanoven vztahem, který dává do souvislosti krouticí moment a úhlovou rychlost:  $P = M_k \cdot \omega$ . V tomto případě je určení výkonu následovné:

$$P = i F R \omega ,$$

$$P = i \rho (w_1 - u_1) Q R \omega ,$$

kde  $i$  zastupuje počet dýz. Substitucí  $\omega = 2\pi n$  a  $u_1 = 2\pi n R$  dále platí:

$$P = i \rho (w_1 - 2\pi n R) Q R 2\pi n ,$$

$$P = i \rho Q R 2\pi (w_1 n - 2\pi n^2 R) . \quad (3.4.1)$$

#### 3.4.1 Průběh výkonu

V následující části budou určeny mezní hodnoty výkonu Segnerova kola, v jejichž rozmezí bude provozováno.

**Maximum výkonu** lze určit s pomocí optimalizace ve tvaru parciální derivace podle otáček  $n$  položenou rovnu nule:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial n} = 0 &= \frac{\partial}{\partial n} (i \rho Q R 2\pi (w_1 n - 2\pi n^2 R)) , \\ w_1 - 4\pi R n &= 0 , \\ n_{max} &= \frac{w_1}{4\pi R} . \end{aligned} \quad (3.4.2)$$

Z čehož plyne souvislost mezi unášivou rychlostí jako funkce otáček a relativní rychlostí:

$$u_{1max} = \frac{w_1}{2} \quad (3.4.3)$$

Velikost maximálního, nebo *optimálního*, výkonu je pak dána vztahem:

$$P_{max} = i \rho Q \frac{w_1^2}{4} = i \rho S \frac{w_1^3}{4} \quad (3.4.4)$$

**Minimum výkonu** znamená, že nedochází k odebírání mechanické energie na hřídeli:

$$P = 0 = w_1 n - 2\pi n^2 R .$$

Řešením jsou dvě hodnoty:

$$\begin{aligned} n_{min1} &= 0 , \\ n_{min2} &= \frac{w_1}{2\pi R} \Rightarrow u_{1min} = w_1 \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

Druhý výsledek vede na základě rovnice 3.3.8 k hodnotě absolutní rychlosti  $v_1 = 0$ . Což podle vztahu pro hybnost  $H = Q_m v$  znamená, že z pohledu absolutního systému žádná síla nepůsobuje změnou hybnosti. Moment síly na hřídeli je roven nule. Tento stav se označuje jako *průběžné otáčky*.

Výsledkem rozboru průběhu výkonu je závislost otáček na relativní rychlosti  $w_1$ . Pro rozmezí otáček  $n \in \left(\frac{1}{2} \frac{w_1}{2\pi R}; \frac{w_1}{2\pi R}\right)$  již stačí určit konkrétní hodnoty neznámých parametrů.

Zde je nutné zmínit *pasivní odpory* v uložení celého stroje. Moment síly  $M_u$ , jenž působí proti směru otáčení, by musel být eliminován krouticím momentem oběžného kola. Tvar pro určení minimálního výkonu by se změnil na:  $P = M \cdot \omega = (M_k - M_u) \cdot \omega$ .

### 3.5 Otáčky

V současném stavu byly uvedeny hlavní kroky potřebné k řešení úlohy. Stanovení otáček již spočívá v algebraických úpravách předešlých rovnic.

Rovnice A přizpůsobená okrajovým podmínkám (uvedená v kapitole 3.2) umožňuje dosažení vztahů pro krajní hodnoty výkonu stroje. **Maximálního výkonu** bude dosaženo při:

$$\begin{aligned} g\Delta h &= \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} + \zeta_z \frac{w_1^2}{2}, \\ g\Delta h &= \frac{4u_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} + \zeta_z \frac{4u_1^2}{2}, \\ g\Delta h &= \frac{u_1^2}{2} (3 + 4\zeta_z), \\ n &= \frac{1}{2\pi R} \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h}{3 + 4\zeta_z}}. \end{aligned} \quad (3.5.1)$$

**Průběžné otáčky** mají hodnotu:

$$\begin{aligned} g\Delta h &= \frac{u_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} + \zeta_z \frac{u_1^2}{2}, \\ n &= \frac{1}{2\pi R} \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\zeta_z}}. \end{aligned} \quad (3.5.2)$$

### 3.6 Účinnost

Nejvyšší hodnoty účinnosti bude dosaženo při optimálních otáčkách stroje, kdy je výkon maximální. Pro turbíny je obecný výpočet účinnosti ve tvaru výkonu na hřídeli stroje v poměru k ideálnímu výkonu kapaliny:

$$\eta = \frac{M \cdot \omega}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot \Delta h}. \quad (3.6.1)$$

Dosazením dříve odvozeného vztahu 3.4.4 pro optimální výkon Segnerova kola do obecného se získá jeho účinnost ve tvaru:

$$\eta = \frac{P_{max}}{\rho g Q \Delta h} = \frac{i \rho Q_d \frac{w_1^2}{4}}{\rho g (i Q_d) \Delta h} = \frac{w_1^2}{4g\Delta h}, \quad (3.6.2)$$

v němž člen  $Q_d$  označuje průtok dýzou.

### Ideální kapalina

V případě ideálních podmínek, myšleno bez uvažování hydraulických ztrát, by se mohlo substitucí relativní rychlosti ze vztahu 3.4.2, kde za otáčky je dosazeno z 3.5.1:

$$w_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2g\Delta h}{3}} \quad (3.6.3)$$

určit, jaká je **míra využitelnosti vstupující energie strojem bez uvažování ztrát**:

$$\eta = \frac{2}{3}. \quad (3.6.4)$$

To samé plyne i z Bernoulliho rovnice v absolutním souřadném systému (rovnice B) bez zahrnutí vlivu ztrát:

$$Y_T = \frac{2}{3} g \Delta h . \quad (3.6.5)$$

Nakonec i Eulerova turbínová rovnice 2.3.18, v níž jsou vtokové členy značené indexem 1 (v tomto případě 0) nulové a zbývající na základě relace 3.4.3 rovny  $\frac{w_1}{2} \cdot \left(-\frac{w_1}{2}\right)$ . A tedy měrná energie turbíny bez zahrnutí vlivu ztrát je:

$$Y_T = \frac{2g\Delta h}{3} . \quad (3.6.7)$$

Účinnost daná měrnými energiemi pak vychází:

$$\eta = \frac{Y_T}{g \cdot \Delta h} = \frac{2}{3} \quad (3.6.8)$$

### 3.7 Ztráty

V dalším postupu je uvažována reálná kapalina. Jednotlivé konstrukční prvky tvořící Segnerovo kolo působí odpor proudění a tím snižují účinnost.

Množství rozptýlené mechanické energie lze odhadnout ztrátovým součinitelem, sestávajícího se z jednotlivých odporů působících na proudící kapalinu. Jedná se o ztráty délkové a místní, jež zahrnuje celkový ztrátový součinitel použitý v předešlých vztazích  $\zeta_z$ .

#### 3.7.1 Ztráty místní

Část hydraulických odporů vzniká v přechodových prvcích mezi rovnými úseky potrubí. Dochází zde k odtrhávání proudění od stěn, tvoří se úplavy a podružné proudy, které závisí na struktuře proudění vyvolané danou singularitou. [3]

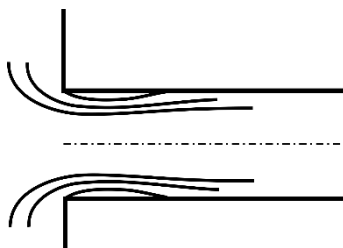
**Náhlé zúžení** průřezu z velkého průřezu  $S_0$  do malého  $S_1$  vztažené k rychlosti malého průřezu se projeví dle vztahu:

$$\zeta_v = \left(\frac{1}{\epsilon} - 1\right)^2 , \quad (3.7.1)$$

kde  $\epsilon$  je koeficient kontrakce, např. podle Al'tšula [3]:

$$\epsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - \left(\frac{S_1}{S_0}\right)} . \quad (3.7.2)$$

Znázornění zúžení proudu kapaliny při změně průřezu poskytuje obrázek 12. Na hraně přechodu dochází k odtržení proudění, v němž se výrazně projevuje turbulence.

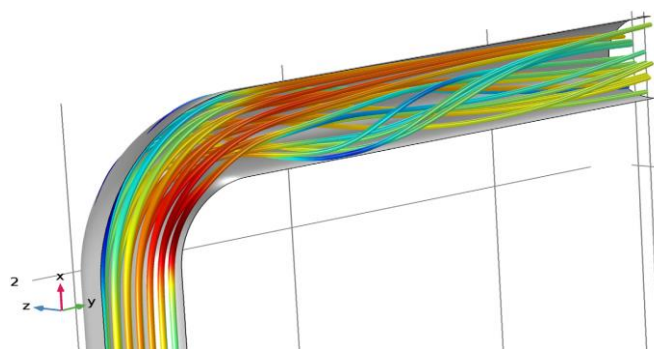


Obrázek 12 Ztráty na vtoku do potrubí

**Ohyb potrubí** nutí kapalinu měnit směr. Makročástice pohybující se po svých proudnicích se v daném místě rozmístí velice nerovnoměrně po průřezu, viz obrázek 13. Vlivem nárazů částic do okolních a snahou o vyrovnání rozdílů rychlostí (hybností) dochází k disipaci části energie ve formě tepla. Prostřednictvím CFD simulace lze vizualizovat rychlosti v proudovém

poli, jako na obrázku, kde jsou proudnice obarvené podle velikosti rychlosti proudění v daném místě proudového pole. Tmavě červená značí největší rychlost, opak tmavě modrá.

Pro ohyb je součinitel určen na základě vtahu udávajícího do souvislosti poloměr ohybu  $R_o$ , průměr potrubí  $d$  a velikost úhlu vychýlení z původního směru  $\delta$ .



Obrázek 13 Znázornění proudění v ohybu potrubí [21]

$$\zeta_o = f(\delta) \cdot f\left(\frac{R_o}{d}\right) \quad (3.7.3)$$

### 3.7.2 Ztráty třením po délce

V první řadě je nutné určit hodnotu koeficientu tření  $\lambda$ , který je závislý na typu proudění reálné kapaliny. Jiných hodnot nabývá při laminárním, nebo turbulentním proudění, jež lze rozlišit na základě hodnoty Reynoldsova podobnostního čísla ve tvaru:

$$Re = \frac{w_1 \cdot d}{\nu}, \quad (3.7.4)$$

kde  $w_1$  je relativní rychlost [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  
 $d$  vnitřní průměr menší trubičky [m],  
 $\nu$  kinematická viskozita, při 20 °C rovna  $1,004 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  [13].

S laminárním prouděním se lze v technické praxi setkat jenom u velice malého počtu případů. Z tohoto důvodu bude i nyní předpokládána turbulentní oblast, pro níž existují podle kritériálního diagramu tři možnosti určení koeficientu tření. Vztah dle Al'tšula udávající koeficient  $\lambda$  v přechodové oblasti, kde je funkcí i relativní rychlosti. Ta ale zatím není k dispozici. K jejímu určení je nutné znát právě součinitele ztrát. Dosazením vazby mezi  $u_1$  a  $w_1$  (3.4.3) do optimálních otáček (3.5.1) je možné vyjádřit hodnotu relativní rychlosti v závislosti na výšce sloupce a ztrátových součinitelích. Použitím výpočtu  $\lambda$  dle Al'tšula se dostane nelineární rovnice:

$$w_1 = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 g \Delta h}{3 + 4 \left[ \zeta_v + \zeta_o + \frac{1}{\left( -1,8 \cdot \log \left( \frac{k_r}{10} + \frac{7}{\frac{w_1 d}{\nu}} \right) \right)^2} \cdot \frac{L}{d} \right]}}, \quad (3.7.5)$$

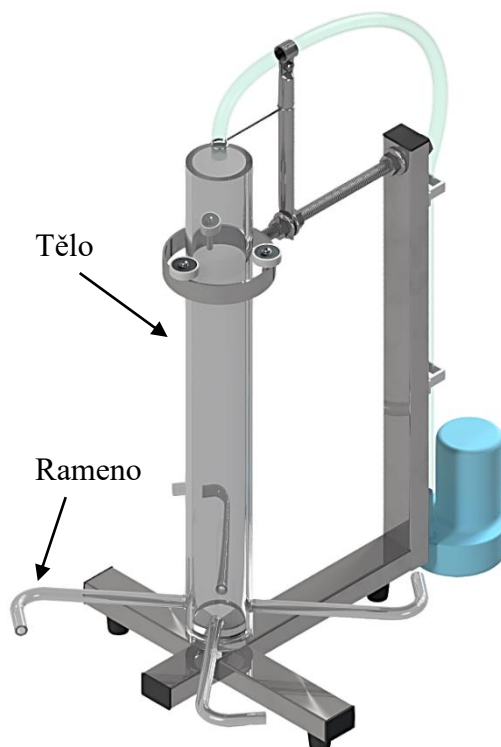
kde  $k_r$  je relativní drsnost potrubí  $k_r = \frac{k}{d}$ ,  $k$  absolutní drsnost potrubí a  $L$  délka rovných částí řešeného úseku. Přičemž vztah pro výpočet délkového ztrátového součinitele  $\zeta_L$  je poslední člen v závorce.

## 4 MODEL

Za účelem posouzení vlivu ztrát na parametry Segnerova kola byl navržen pokusný model. Konkrétních hodnot bude možné dosáhnout, pokud budou známy hydraulické vlastnosti jeho konstrukčních prvků.

Již od začátku návrhu pokusného objektu bylo dbáno na jednoduchost konstrukce, jež bude umožňovat její snadný přenos. Transparentní materiál Segnerova kola má zajistit snadné pozorování jevů spojených s průchodem kapaliny. Z těchto důvodů byly zvoleny dva materiály: plexisklo určené na sledované části a korozivzdorná ocel na podpůrný rám.

Tělo Segnerova kola (obrázek 14) je tvořeno trubicí z plexiskla o vnitřním průměru  $D = 40 \text{ mm}$ . Na ní v dolní části přiléhají ramena ze stejného materiálu. Ovšem vnitřní průměr trubice je  $d = 6 \text{ mm}$ , délka  $L_r = 170 \text{ mm}$  a jejich délka rovných úseků  $L = 133 \text{ mm}$ . Absolutní drsnost povrchu materiálu se pohybuje okolo hodnoty  $k = 16 \text{ } \mu\text{m}$ .



Obrázek 14 Označení částí modelu

### 4.1 Vyhodnocení ztrát

Zvolené uspořádání návrhu Segnerova kola bude s pomocí uvedených vztahů posouzeno z hlediska možného využití vstupující energie do stroje. Jak je patrné z obrázku celého modelu, největší odpor proudění bude působit průchod jeho rameny. Jednotliví ztrátoví součinitelé, jež danou situaci popisují tedy budou dosahovat následujících hodnot.

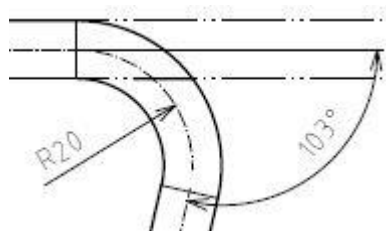
#### Vtok

Dosazením do vztahu 3.7.1 za  $S_0$  příslušící tělu a  $S_1$  ramenu Segnerova kola je součinitel náhlého zúžení průřezu roven:

$$\epsilon = 0,57 + \frac{0,043}{1,1 - \left(\frac{d^2}{D^2}\right)} = 0,6099$$
$$\zeta_v = 0,4091 \quad (4.1.1)$$

## Změna směru

Pro ohyb je součinitel určen poloměrem ohybu ramene  $R_o = 20 \text{ mm}$ , průměr potrubí  $d$  a velikost úhlu odbočení od původního směru  $\delta = 103^\circ$ . S použitím rovnice 3.7.3 dosahuje:



Obrázek 15 Změna směru

$$\zeta_o = 1,0845 \cdot 0,1233 = 0,1337. \quad (4.1.2)$$

## Ztráty třením po délce

Výstupem z rovnice 3.7.5 je hodnota relativní rychlosti s uvažováním vlivů jednotlivých ztrát a také rotace kola. Jelikož se jedná o značně komplikovanou rovnici, lze pro její vyřešení zvolit iterativní postup, nebo matematický výpočetní program. Z druhé možnosti vychází relativní rychlost v rameni při optimálních otáčkách  $w_1 = 1,697 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Vynesením zjištěné hodnoty do kritériálního diagramu za účelem ověření použití vztahu dle Al'tšula se jedná o přechod z první do druhé oblasti turbulentního režimu proudění. Pak je možné vyčíslit součinitele délkových ztrát:

$$\zeta_L = 0,7499. \quad (4.1.3)$$

**Celkový ztrátový součinitel** v rameni kola **při optimálních otáčkách** nabývá hodnoty:

$$\zeta_z = \zeta_o + \zeta_v + \zeta_L = 1,2927. \quad (4.1.4)$$

Analogicky by se postupovalo při zjišťování  $\zeta_z$  průběžných otáček. Vlivem odstředivého směru průtoku kapaliny kanálem na ni působí při větší úhlové rychlosti vyšší hodnota dostředivého zrychlení. Použitím vazby mezi  $u_1$  a  $w_1$  (3.4.5) ve vyjádření průběžných otáček (3.5.2) se dostane hodnota dle Al'tšula  $w_1 = 2,163 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**Celkový ztrátový součinitel** kanálu oběžného kola **při průběžných otáčkách** dosahuje hodnoty:

$$\zeta_z = 1,2576. \quad (4.1.5)$$

### 4.1.1 Účinnost modelu

Do dříve uvedeného vztahu pro účinnost Segnerova kola 3.6.2 budou dosazeny hodnoty, které uvažují hydraulické ztráty modelu, čímž se zjistí teoretická účinnost reálného modelu při optimálních otáčkách.

$$\eta = \frac{w_1^2}{4g\Delta h} = \frac{1,697^2}{4 \cdot 9,81 \cdot 0,3} = 0,245 \quad (4.1.6)$$

### 4.1.2 Parametry

Dalšími sledovanými údaji jsou otáčky, průtok, krouticí moment nebo výkon. Vypočítané otáčky modelu se ztrátami dosahují pro optimum hodnoty:

$$n_o = 0,9005 \text{ ot} \cdot \text{s}^{-1} = 54 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}, \quad (4.1.7)$$

a průběžné otáčky:

$$n_p = 2,2954 \text{ ot} \cdot \text{s}^{-1} = 137,7 \text{ ot} \cdot \text{min}^{-1}. \quad (4.1.8)$$

Průtok je dán  $i \cdot Q_d = i w_1 S_1$ . Při optimu dosahuje:

$$Q_o = 1,92 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 0,192 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (4.1.9)$$

zatímco při průběžných otáčkách:

$$Q_p = 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 0,245 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.1.10)$$

Maximální výkon by měl mít s uvažováním hustoty  $\rho = 998,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ :

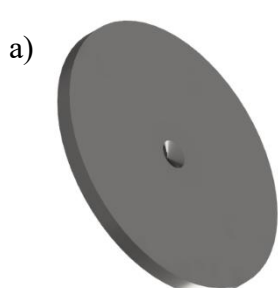
$$P_{max} = i\rho Q_d \frac{w_1^2}{4} = 0,138 \text{ W}. \quad (4.1.11)$$

Krouticí moment v tomto bodě výkonové charakteristiky má velikost:

$$M_o = \frac{i\rho Q_d w_1 R}{2} = 0,024 \text{ Nm}. \quad (4.1.12)$$

## 4.2 Konstrukce modelu

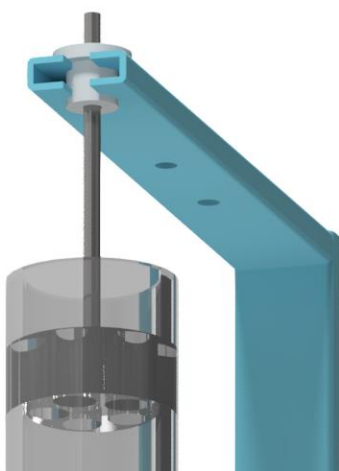
S ohledem na výšku sloupce kapaliny je předpokládán malý krouticí moment. Volba uložení rotujícího kola musí splňovat celkově jednoduchou manipulaci a dostatečně malé tření. Navíc je nutné uvažovat kontinuální doplňování kapaliny v horní části těla pro udržení výšky hladiny. Teoreticky zjištěné průtoky poukazují na potřebu zajistit dostatečně velký vtokový otvor. Proto je zvoleno v dolní části kluzné uložení jamky (obrázek 16 a) a trnu (obrázek 16 b). Horní bylo plánováno s malým hřídelem vsazeným buď v dílci vyrobeného z letovaných plechů (obrázek 17), nebo v disku z plexiskla opatřeného množstvím otvorů, jenž by se nacházel v horní části vertikální trubice. Vystupující hřídel by byl upevněn v kluzném vyjímatelném pouzdře rámu (obrázek 18). Tato koncepce by pravděpodobně nesplnila požadavek na množství dolévané vody. Z tohoto důvodu je zvolena zcela odkrytá svrchní část trubice, viz obrázek 19.



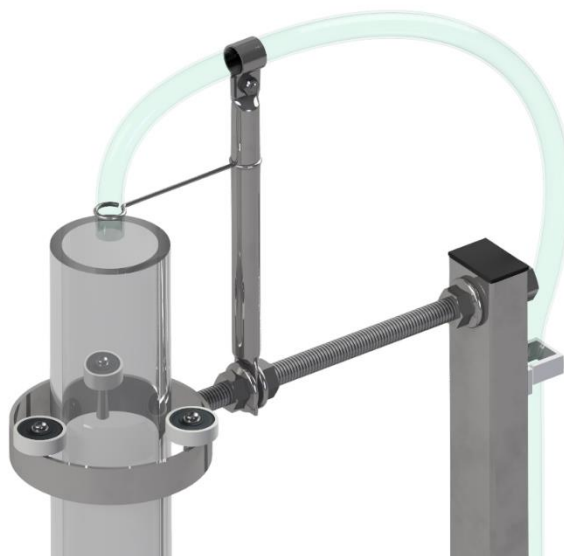
Obrázek 16 Dolní uložení: a) jamka, b) trn



Obrázek 17 Uchycení hřídele



Obrázek 18 Kluzné uložení hřídele v rámu

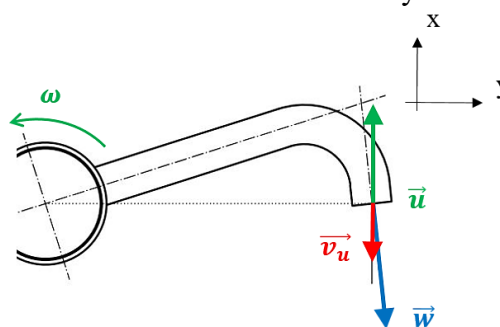


Obrázek 19 Použití tří ložisek z vnější strany trubice

Veškerá hmotnost Segnerova kola je zachycena v dolním uložení. Z důvodu usnadnění výroby je trn realizován jako část závitové tyče se zabroušenou špičkou vložený do šroubu se šestihrannou hlavou. Ten je upevněn v průchozím otvoru se závitem v podstavném rameni konstrukce.

Ložiska po obvodu svislé trubice slouží pouze k zajištění polohy osy rotace. Je zde malá vůle dostačující pro snadné vyjmutí celého kola, ale také dostatečná pro chod stroje. Výhodou tohoto řešení je možnost použít i delší trubice, jelikož není omezena horní částí rámu. Kolmost osy rotace k podstavě rámu je upravena vysunutím závitové tyče, která je součástí objímky s ložisky. Na ní je možné přidat podpěrku pro nasměrování hadice od čerpadla.

Ramena Segnerova kola mají mít v ideálním případě právě tečný směr výtokové části k opísované trajektorii pohybu. Mohlo by ale dojít k ovlivnění funkce ramene nárazem proudu kapaliny z předcházející dýzy. Proto se přistoupilo k mírné úpravě směru trysky vůči tečnému. Při použití odklonu  $6^\circ$  dojde podle rychlostního trojúhelníku i k odklonu relativní rychlosti od unášivé. Aby byl zachován výpočet reakční síly dle rovnice 3.3.10, musí platit i vztah pro absolutní rychlost daný rovnicí  $v_1 = w_1 - u_1$  (3.3.8). Tedy za původní relativní rychlost se dosadí  $\cos(6^\circ) \cdot w_1 = 0,995 \cdot w_1$ . Radiální složka síly není využitelná (obrázek 20). Mírný odklon dýzy z tangenciálního směru je možné pro tento model zanedbat.



Obrázek 20 Kinematika odkloněné dýzy

Ramena jsou k tělu připevněna závitovým spojem, což umožňuje jejich snadnou výměnu za jiné s upravenou geometrií.

Model je umístěn v malé vaně z plexiskla. Aby nedocházelo k brodění oběžného kola ve vodě, je opatřen gumovými nohami. Pro zajištění funkce ponorného čerpadla je nádržka naplněna šesti až sedmi litry vody.

## 4.3 Experiment

Navrhnutý model byl následně vyroben. Roztečná kružnice dýz je požadovaných 300 mm, vertikální trubice má dostatečnou výšku pro vytvoření 300 milimetrového sloupce vody, přesněji dosahuje 400 mm. Pro zajištění potřebného průtoku bylo zvoleno malé ponorné čerpadlo, které je možné napájet dvěma hodnotami napětí. Při 6 V vytvoří 170 milimetrový sloupec a při 12 V převyšuje žádanou hodnotu s odečtenou výškou 380 mm. Uvedené výšky jsou vlivem přítomnosti množství bublinek vzduchu spíše orientační, viz obrázek 21 nebo přílohu.

Měření otáček bylo provedeno digitálním otáčkoměrem pro oba režimy čerpadla. Následně byly zjištěny i průtoky pomocí odměrného válce. Všechny hodnoty jsou uvedeny v tabulce č. 2. Rovnice pro určení výtokové rychlosti při průběžných otáčkách  $w_1 = \sqrt{2 g \Delta h / \zeta_z}$ , řešená za pomoci matematického programu jako v případě vztahu 3.7.5, udává základní hodnoty pro tabulku č. 3.

Tabulka 2 Naměřené hodnoty otáček a průtoků modelu.

MĚŘENÍ	6 V napětí; 170 mm sloupec	12 V napětí; 380 mm sloupec
$n$ [ot.min <sup>-1</sup> ]	67,9	140
$Q$ [l.s <sup>-1</sup> ]	0,11	0,25



Tabulka 3 Vypočítané hodnoty otáček a průtoků z naměřených výšek hladin.

VÝPOČET	6 V napětí; 170 mm sloupec	12 V napětí; 380 mm sloupec
$n \text{ [ot.min}^{-1}\text{]}$	101,9	156
$Q \text{ [l.s}^{-1}\text{]}$	0,181	0,277

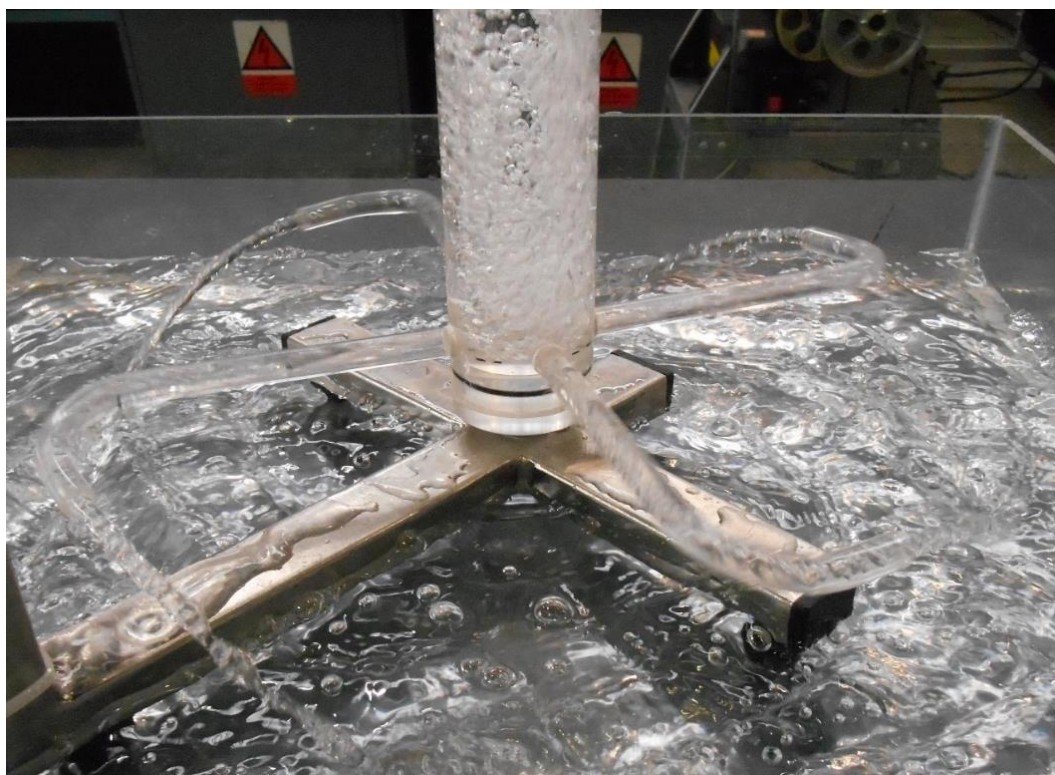
## Zhodnocení

Z obou předcházejících tabulek je patrné, že rozdíl mezi naměřenými hodnotami a vypočítanými je v případě vyššího sloupce kapaliny přibližně 11 %. V druhém se výsledky odlišují více. Lze to odůvodnit velkým množstvím vzduchových bublin přítomných ve vertikální trubici, které navíc u nižšího sloupce kapaliny pronikají i do kanálů oběžného kola. Dále pro měření výšek bylo použito nejvyšší místo neklidné hladiny. V následující tabulce č. 4 je uvedena odhadnutá výška  $\Delta h$  přibližující se naměřeným hodnotám při nižším spádu, jejíž velikost se přibližuje 80 mm. Třetí sloupeček se přibližuje hodnotám při druhém režimu čerpadla. Zde je rozdíl ve výšce hladin menší z důvodu menšího ovlivnění množstvím bublin v oblasti vtoku do ramen kola. Prostřední je uveden pro připomenutí hodnot vyplývajících ze zadání.

Způsob doplňování vody výrazně snižuje sledované parametry Segnerova kola. Bylo by vhodné přiváděcí hadici nastavit až ke dnu trubice těla. Z provedeného experimentu však vyplývá, že odvozené výpočetní vztahy se přibližují reálnému chování kola.

Tabulka 4 Vypočítané hodnoty otáček a průtoků pro porovnání teorie a experimentu.

VÝPOČET	80 mm sloupec	300 mm sloupec	310 mm sloupec
$n \text{ [ot.min}^{-1}\text{]}$	68	137,7	140,1
$Q \text{ [l.s}^{-1}\text{]}$	0,121	0,245	0,249



Obrázek 21 Nižší sloupec vody

## 5 APLIKACE

### 5.1 Zahradní zavlažovač trávy

Zavlažovač je zařízení, jehož funkcí je dobře rozprostřít vodu do svého okolí. Existuje více způsobů, jak toho dosáhnout. Jedním z nich je využití trysek umístěných na rotační hlavici. Trysky vytvářejí paprsky vody o velké rychlosti proudění. Potenciální energie tlaku vody je zde měněna na kinetickou. Důsledkem změny hybnosti kapaliny je síla, která působí ve směru opačném vektoru rychlosti paprsku u trysky na hlavici. Vzniklý moment síly k ose rotace většinou není využíván a dochází k roztočení zavlažovače na průběžné otáčky.



Obrázek 22 Zahradní zavlažovač trávy [14]

Zavlažovač tohoto typu nemusí být stacionární. Moment síly lze vhodným převodem použít pro pohyb. Na obrázku 23 je malé Segnerovo kolo uloženo na jednoduchém podvozku s dvěma hnanými koly. Přední kolo pojíždí po hadici tvarované do trajektorie průjezdu zavlažovače.



Obrázek 23 Pohyblivý zavlažovač trávy [15]

V zemědělství se používají zavlažovače mnohem větších rozměrů, viz obrázek 24. Samochodný zavlažovač je sestaven ze Segnerova kola o nastavitelném průměru (zde v rozmezí od 6 do 8 m), které má každou trysku nastavenou pod jiným úhlem k radiálnímu směru za účelem skrápět větší plochu. Tímto způsobem lze pokrýt pás široký od 30 do 50 m a dlouhý až 400 m. Pohyb zajišťuje vačkový mechanismus, který otáčí bubnem navijáku. Tlak vody se pohybuje v rozmezí 2 až 6 barů v závislosti na požadované rychlosti posuvu, šířce záběru, nebo obtížnosti terénu. Potřebný průtok se pohybuje okolo  $30 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ . Průměr trysky činí 13 mm. [22]



Obrázek 24 Samochodný zavlažovač, uprostřed je navíjecí buben otáčený vačkou [22]

### 5.2 Biologický filtr

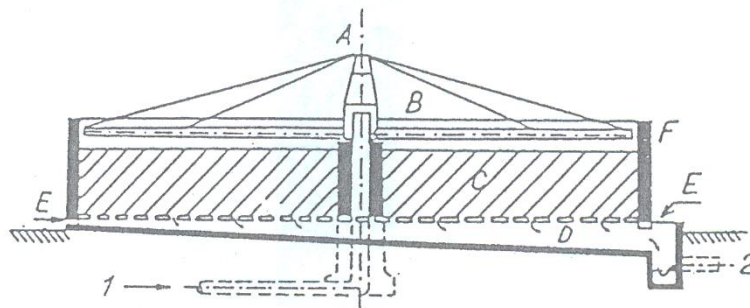
Hlavním použitým zdrojem je [16]. Biologické čištění odpadních vod využívá mikroorganismů k rozkládání rozpuštěných znečišťujících látek, které nejde odstranit sedimentací. Pro

biologickou kulturu organismů se stává zdrojem stavebních látek potřebných k jejich růstu. Následuje snadné mechanické oddělení kolonií (povlaků) mikroorganismů.



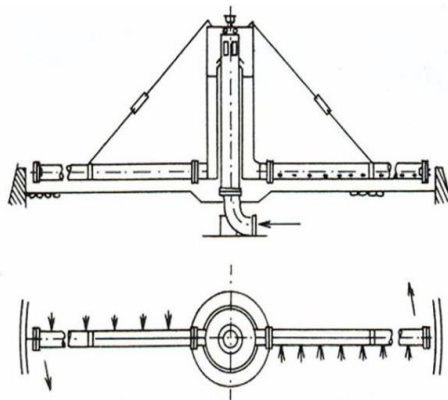
Obrázek 25 Biologický filtr [16]

Biologický filtr (obrázek 25) je rotačně symetrická nádrž vyplněná materiálem s dostatečnou zrnitostí pro uchycení mikroorganismů. S ohledem na koncentraci znečištění odpadních vod se výška vrstvy materiálu pohybuje v rozmezí 1,5 až 4 m. Shora je skrácen mechanicky předčištěnou odpadní vodou Segnerovým kolem o průměru až 10 m, aby se zajistila rovnoměrnost rozprostření. Na výplňovém materiálu se vytvoří povlak mikroorganismů, který je v případě vyšší tloušťky utržen protékající vodou a následně sedimentací odloučen v dosazovacích nádržích.



Obrázek 26 Schéma biofiltru: 1 - přítok, 2 - odtok, A – středový sloup, B – Segnerovo kolo, C – náplň, D – rošt, E – větrací otvory, F – obvodový plášť [16]

Na svislé ose (obrázek 26 pozice A) přivádějící vodu je osazena trubka s množstvím děr, jimiž volně vytéká (pozice B). Původní Segnerovo kolo mělo pouze jeden výtok na každém rameni. Vzhledem k požadavku rovnoměrného dávkování vody po povrchu náplně (pozice C) se jich na rameni vyskytuje více. Tlak kapaliny je malý. Není žádoucí rostoucí vrstvu bakterií odstraňovat paprskem vody. Působící reakční síly a směr rotace je patrný z pohledu shora na kolo viz obr. 27. Pro přehlednost není uveden směr proudu, který je v opačném směru než jednotlivé síly.



Obrázek 27 Přívod kapaliny svislou osou do Segnerova kola, reakční síly a směr rotace jsou patrné na pohledu shora [16]



### 5.3 Disperze tekutin

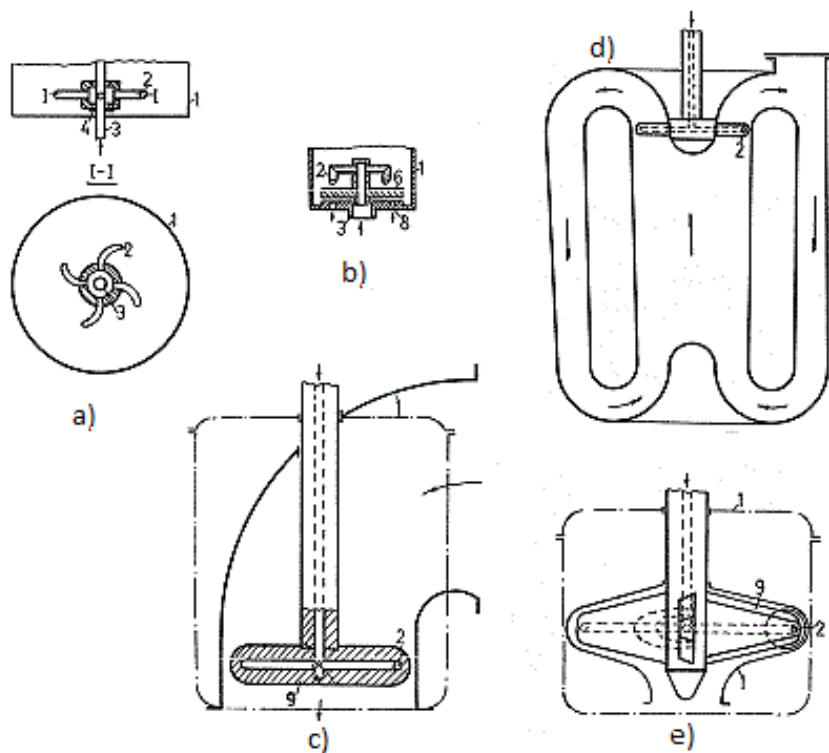
Hlavním použitým zdrojem je [1]. Rotující Segnerovo kolo je účinné při rovnoměrném rozptylování dané látky v daném prostředí. Může se jednat o míšení plynů, kapalin, plynu v kapalině, nebo kapaliny v plynu. Pro zpřesnění, jedná se o jednu z možných metod, jak dosáhnout požadovaného efektu. Existují snadnější i levnější. Pokud se požaduje nejpreciznější rozptýlení, používá se trysek na rotující hlavici. S tímto principem se lze setkat hned v několika aplikacích. Pro příklad lze uvést lepší absorpci plynu v kapalině bez vzniku chemické reakce, nebo s reakcí lépe kontrolovatelnou, k promíchání tekutin, okysličování, ochlazování (vzduchem) nebo ohřívání (parou), výrobě prášků hasicích přístrojů, aj.

Obrázek 28 znázorňuje různé způsoby míšení tekutin. V části obrázku a) je nejjednodušší princip. Nádoba 1 je vyplněna kapalinou, Segnerovo kolo 2 uložené na příváděcím potrubí 3 utěsněné podložkou 4, rozptyluje tryskami plyn ve formě malých bublinek. Rotující ramena přispívají lepšímu rozpouštění plynu promícháváním směsi. Pohyb je způsoben reakčními silami na unikající plyn. Tím odpadá nutnost mít pohon míchadla.

Část obrázku b) zachycuje stejnou technologii disperze jako předchozí s tím rozdílem, že obsahuje kromě Segnerova kola 2 ještě děrovaný plát 6 umístěný pod ním. Pozice 8 znázorňuje plynový polštář. Trysky oběžného kola jsou nasměrovány pod rovinu, ve které se otáčejí ramena. Tím je probublávající plyn efektivněji rozpouštěn v kapalině.

Dolní část obrázku č. 28, c) a e) znázorňuje disperzi plynu v proudu kapaliny. Tlustou čarou naznačeným tvarem pláště protéká ve směru shora dolů. Cílem je zabránit plynu v pohybu vzhůru. Segnerovo kolo zde má podobu celistvého disku, který je obtékán. Po jeho obvodu se nachází několik trysek.

Pro nejdokonalejší rozptýlení je mísící nádoba tvaru toroidu, v jehož horní části se nalézá rotační rozprašovač. Jak je patrné v poslední části obrázku č. 28 d), tekutina je několikrát nucena projít přes rozptylovač 2.

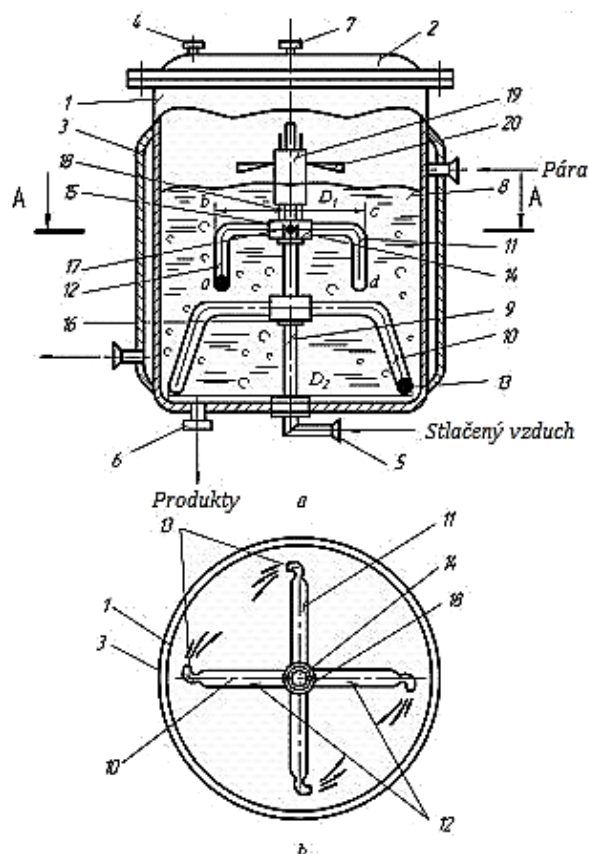


Obrázek 28 Schéma zařízení pro rozptylování [17]

## 5.4 Bioreaktory

Hlavními použitými zdroji jsou [18] a [19]. Kultivace různých aerobních buněk za kontrolovaných podmínek probíhá v zařízení tvaru nádoby naplněném živným roztokem. V průběhu procesu se dbá na udržení optimálních podmínek, jako je pH, teplota nebo množství kyslíku. Celá směs je promíchávána a okysličována v tomto případě dvěma protiběžnými Segnerovými koly, čímž se dosáhne homogenního prostředí.

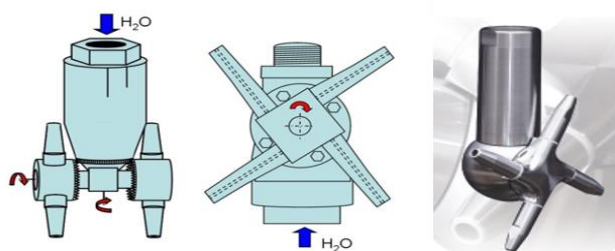
Obrázek 29 schematicky zachycuje uspořádání jednotlivých prvků zařízení. Všechny části není třeba uvádět, jenom ta podstatná. Pozice 4 je přívod kapaliny, 5 stlačeného sterilního vzduchu vedeného dutou osou 9 do ramen kol 10 a 11. Číslo 12 označuje tvořící trubky, 13 pak jejich trysky. Plovák 18 nad kolem 11 posouvá nábojem kola 19 s lopatkami 20 v axiálním směru, které rozhánějí tvořící se pěnu. Pohon zajišťuje kolo 11. Obě protiběžná ramena jsou prodloužena (mají zakřivený tvar) a větší průměr, aby dosahovala lepších míchacích účinků. Pozice 6 je odvod produktů kultivace, 7 vytvořených plynů. Kultivační nádoba 1 je vyhřívána parou vháněnou do pláště 3, jak naznačuje šipka vpravo.



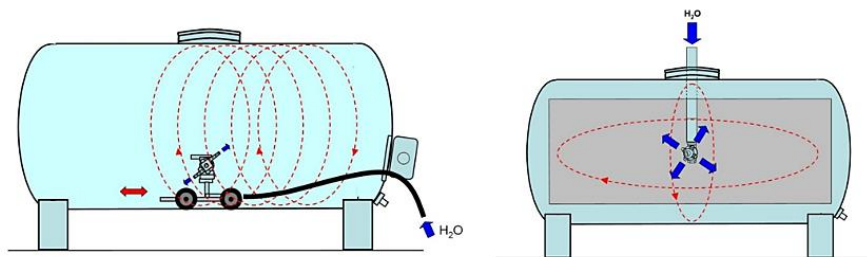
Obrázek 29 Schéma bioreaktoru [17]

## 5.5 Čistící mechanismus

Hlavním použitým zdrojem je [11]. Trysek uložených na rotující hlavici se využívá i pro účely otryskávání. Příkladem lze uvést čištění nádrží v potravinářském průmyslu, kde jsou vysoké hygienické požadavky. Pro vytvoření dostatečně intenzivního abrazivního proudu je potřebný vysoký vstupní tlak, jemuž dokáže odolat a zajistit spolehlivý chod mechanismu pouze kovový materiál. Vodní paprsek má velkou rychlost a poměrně malý úhel rozptylu, přibližně 5°. Trysky jsou umístěny v malé vzdálenosti od osy rotace. Není potřeba dosáhnout velkého momentu síly. Existuje několik modifikací pro různé druhy nádrží. Buď je do otvoru hlavice vložena stacionárně, nebo je na pohyblivém podvozku, v případě velkých ležatých tanků, viz obrázek 31.



Obrázek 30 Rotační hlavice s tryskami [11], [12]



Obrázek 31 Pohyblivé nebo statické uložení trysky [11]

Stejného principu se využívá v běžných myčkách nádobí. Čerpadlo vhání pod tlakem vodu do ramen opatřenými tryskami. Proud vody slouží jako mechanická složka při odstraňování nečistot. Enzymy v saponátu pomáhají rozpustit obtížněji odstranitelné části znečištění. V celém procesu hraje svou roli také teplota používané vody.



Obrázek 32 Ramena myčky nádobí s tryskami [20]

## 6 ZÁVĚR

Pro uvedení přímého předchůdce vodních turbín byl v první části zmíněn objevitel reakčního principu pohonu vodního stroje, Johann Andreas Segner, který se stal inspirací dalším vynález-cům v oblasti hydraulických strojů. Od doby představení této koncepce došlo k jejím četným úpravám s cílem dosažení lepší energetické využitelnosti. Zatím nejnovější se zaměřila na využití zvýšení tlaku v oběžném kole způsobeného vlivem rotace.

Jedním z cílů práce bylo odvození teoretických vztahů pro výpočet Segnerova kola. K tomu bylo zapotřebí uvést pojmy, se kterými se při úvahách pracuje. Byl proto sestaven vzhled do mechaniky tekutin zaměřený na popis rotačních strojů, zahrnující základní vlastnosti kapaliny jako kontinua a zákonitosti popisující stav silové nebo energetické rovnováhy elementárního objemu. Uvažován byl jak klidový stav, zejména relativní klid, tak i vzájemný pohyb makro-částic kapaliny pozorovaný v absolutním i relativním souřadném systému.

Na základě ucelených poznatků mechaniky tekutin byly odvozeny vztahy pro určení parametrů Segnerova kola. Výstupem z této teoretické části jsou relace mezi výškou hladiny, průtokem, otáčkami, krouticím momentem a výkonem.

V rámci práce byly navrženy jednotlivé konstrukční prvky modelu. Následně byly posuzovány jejich hydraulické vlastnosti se záměrem odhadnutí vlivu vznikajících ztrát při průchodu reálné kapaliny strojem na účinnost. Zatímco při uvažování ideální kapaliny byla stanovena maximální účinnost  $\eta = 66,7 \%$ , po zahrnutí vlivu ztrát činila  $\eta = 24,5 \%$ . Jedná se o hodnoty bez uvažování pasivních odporů v uložení stroje.

Podrobnější informace o návrhu konstrukce jsou zaměřeny zejména na funkčně nejdůležitější aspekty modelu. Záměrem bylo dosáhnout velice jednoduchého stroje, se kterým bude snadná manipulace při jeho používání jako demonstračního modelu.

Provedený experiment se dvěma různými sloupci kapaliny ověřil správnou funkci celého zařízení pro demonstrační účely, čímž byly splněny všechny body zadání práce. Zároveň byly naměřeny otáčky a průtoky k porovnání reálných a teoreticky určených hodnot. Rozdíly dosahovaly při vyšším spádu přibližně 11 %, při nižším se odlišovaly více. Původcem nejistoty jsou bublinky v celém sloupci kapaliny, zejména u nižšího sloupce, vznikající při dopadu vody z čerpadla na volnou hladinu. Tento nedostatek je možné odstranit konstrukční úpravou příváděcí hadice, jež by ústila pod hladinou.

Byť bylo Segnerovo kolo přelomovým předstupněm vodních turbín, v současnosti je používáno pouze pro jiné účely, jako je rozprostírání vody po daném povrchu, rozpouštění plynů v kapalině, míchání roztoků, vytváření aerosolů, nebo užití abrazivního účinku paprsku vody u čistících mechanismů.

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 Johann Andreas Segner [1].....	11
Obrázek 2 Segnerovo kolo [2] .....	12
Obrázek 3 Eulerův stroj [2].....	12
Obrázek 4 Barkerův mlýn [11] .....	12
Obrázek 5 Elementární krychle se silovým působením.....	16
Obrázek 6 Schéma rotující nádrže s kapalinou [3] .....	16
Obrázek 7 Proudnice.....	18
Obrázek 8 Rychlostní trojúhelník .....	21
Obrázek 9 Výška sloupce kapaliny.....	22
Obrázek 10 Kontrolní objem.....	23
Obrázek 11 Rychlosti v místě výtoku .....	24
Obrázek 12 Ztráty na vtoku do potrubí.....	27
Obrázek 13 Znázornění proudění v ohybu potrubí [21] .....	28
Obrázek 14 Označení částí modelu.....	29
Obrázek 15 Změna směru .....	30
Obrázek 16 Dolní uložení: a) jamka, b) trn .....	31
Obrázek 17 Uchycení hřídele.....	31
Obrázek 18 Kluzné uložení hřídele v rámu .....	31
Obrázek 19 Použití tří ložisek z vnější strany trubice.....	31
Obrázek 20 Kinematika odkloněné dýzy .....	32
Obrázek 21 Nižší sloupec vody .....	33
Obrázek 22 Zahradní zavlažovač trávy [14] .....	34
Obrázek 23 Pohyblivý zavlažovač trávy [15] .....	34
Obrázek 24 Samochodný zavlažovač, uprostřed je navíjecí buben otáčený vačkou [22] .....	34
Obrázek 25 Biologický filtr [16].....	35
Obrázek 26 Schéma biofiltru: 1 - přítok, 2 - odtok, A – středový sloup, B – Segnerovo kolo, C – náplň, D – rošt, E – větrací otvory, F – obvodový plášť [16] .....	35
Obrázek 27 Přívod kapaliny svislou osou do Segnerova kola, reakční síly a směr rotace jsou patrné na pohledu shora [16].....	35
Obrázek 28 Schéma zařízení pro rozptylování [17].....	36
Obrázek 29 Schéma bioreaktoru [17] .....	37
Obrázek 30 Rotační hlavice s tryskami [11], [12] .....	37
Obrázek 31 Pohyblivé nebo statické uložení trysky [11] .....	38
Obrázek 32 Ramena myčky nádobí s tryskami [20] .....	38

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 Vývoj reakčních turbín s uvedením období vynalezení. [9] .....	13
Tabulka 2 Naměřené hodnoty otáček a průtoků modelu. ....	32
Tabulka 3 Vypočítané hodnoty otáček a průtoků z naměřených výšek hladin. ....	33
Tabulka 4 Vypočítané hodnoty otáček a průtoků pro porovnání teorie a experimentu. ....	33



## SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

1. Johann Andreas von Segner. *The MacTutor History of Mathematics Archive* [online]. [cit. 2017-04-12]. Dostupné z: <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Segner.html>
2. BEDNÁŘ, Josef. *Malé vodní elektrárny 2: Turbíny*. Praha: SNTL, 1989, 237 s.
3. ŠOB, František. *Hydromechanika*. 2. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM s.r.o., 2008, 238 s. ISBN 978-80-214-3578-0.
4. DRÁBKOVÁ, Sylva. *Mechanika tekutin* [online]. Ostrava: Ediční středisko VŠB – TUO, 2007 [cit. 2017-04-17]. ISBN 978-80-248-1508-4. Dostupné z: <http://www.338.vsb.cz/wp-content/uploads/2016/03/Drabkova-Mechanikatekutin.pdf>
5. JANALÍK, Jaroslav a Pavel ŠTÁVA. *Mechanika tekutin* [online]. Ostrava-Poruba: Vysoká škola báňská - Technická univerzita, Fakulta strojní, 2002 [cit. 2017-05-20]. ISBN 80-248-0038-1. Dostupné z: [www.338.vsb.cz/wp-content/uploads/2016/03/JanalikStava-MechanikaTekutin.pdf](http://www.338.vsb.cz/wp-content/uploads/2016/03/JanalikStava-MechanikaTekutin.pdf)
6. BRDIČKA, Miroslav, SAMEK Ladislav a SOPKO Bruno. *Mechanika kontinua*. Vyd. 4., rev. a upr. Praha: Academia, 2011, 878 s. ISBN 9788020020390.
7. Historické mezníky. Abeceda malých vodních pohonů [online]. [cit. 2016-10-12]. Dostupné z: <http://mve.energetika.cz>
8. Segnerovo kolo. FYZMATIK [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://fyzmatik.pise.cz/115-segnerovo-kolo.html>
9. BASAR, M.F., M.S.M. ARAS, K.A. IBRAHIM, H. BOEJANG, N.H.A. RAZIK a K. SOPIAN. EVOLUTION OF SIMPLE REACTION TURBINE FOR PICO-HYDRO APPLICATIONS. *Jurnal Teknologi (Sciences & Engineering)* [online]. 2014 [cit. 2017-05-21]. eISSN 2180–3722. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/280861351\\_EVOLUTION\\_OF\\_SIMPLE\\_REACTION\\_TURBINE\\_FOR\\_PICO-HYDRO\\_APPLICATIONS](https://www.researchgate.net/publication/280861351_EVOLUTION_OF_SIMPLE_REACTION_TURBINE_FOR_PICO-HYDRO_APPLICATIONS)
10. Barker's Mill. *Instruments for Natural Philosophy: Fluids* [online]. [cit. 2017-04-12]. Dostupné z: [http://physics.kenyon.edu/EarlyApparatus/Fluids/Barkers\\_Mill/Barkers\\_Mill.html](http://physics.kenyon.edu/EarlyApparatus/Fluids/Barkers_Mill/Barkers_Mill.html)
11. HEBERT, Luke. *The engineer's and mechanic's encyclopædia*. T. Kelly, 1846. [online]. [cit. 2017-04-12]. Dostupné z: <https://hdl.handle.net/2027/nyp.33433066384151?urlappend=%3Bseq=159>
12. JETTING TANK WASHERS. *PH plus s.r.o.* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://www.phplus.cz/CIP---myci-hlavice-Breconcherry.html>
13. Water - Dynamic and Kinematic Viscosity: Viscosity of water at temperatures ranging 0 to 100 oC (32 to 212 oF) - Imperial and SI Units. *Engineering ToolBox* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://www.engineeringtoolbox.com/water-dynamic-kinematic-viscosity-d\\_596.html](http://www.engineeringtoolbox.com/water-dynamic-kinematic-viscosity-d_596.html)
14. Which are the best lawn sprinklers. *LAWNtech* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <https://www.lawn-tech.co.uk/weather-related/which-are-the-best-lawn-sprinklers/>
15. Traveling Sprinkler. *NELSON* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://www.lrnelson.com/products/sprinklers/traveling-sprinklers/rain-train-rezimar/>
16. Biologické čištění odpadních vod. *ÚPRAVA A ČIŠTĚNÍ VODY* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://homen.vsb.cz/hgf/546/Materialy/Radka\\_2010/bio.html](http://homen.vsb.cz/hgf/546/Materialy/Radka_2010/bio.html)
17. GAS-REACTIVE DISPERSION [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <https://agitation4dispersion.wordpress.com/>

18. KONDRATJUK, R.V., M.S. TRIVAILO, N.V. SHAPHARENKO a V.G. SAVER-CHENKO. *THE PAIR OF DIFFERENT ROTARY WHEELS OF SEGNER IN BIOREACTOR'S* [online]. National Technical University of Ukraine «KPI» [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://www.rusnauka.com/26\\_NII\\_2011/Chimia/4\\_92014.doc.htm](http://www.rusnauka.com/26_NII_2011/Chimia/4_92014.doc.htm)
19. Bioreactor- Basics. *Sakshat Virtual Labs* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://iitd.vlab.co.in/?sub=63&brch=177&sim=647&cnt=1>
20. Impressive cleaning. Impressive value. *Reviewed.com* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <http://dishwashers.reviewed.com/content/frigidaire-gallery-fgid2474qs-dishwasher-review>
21. Flow Through a Pipe Elbow. *COMSOL* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: <https://www.comsol.com/model/flow-through-a-pipe-elbow-12221>
22. Spider Deluxe. *Williams Engineering (2011) Ltd* [online]. [cit. 2017-05-20]. Dostupné z: [http://www.williamsirrigation.com/online/spider\\_deluxe\\_travelling\\_irrigator/](http://www.williamsirrigation.com/online/spider_deluxe_travelling_irrigator/)

## SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

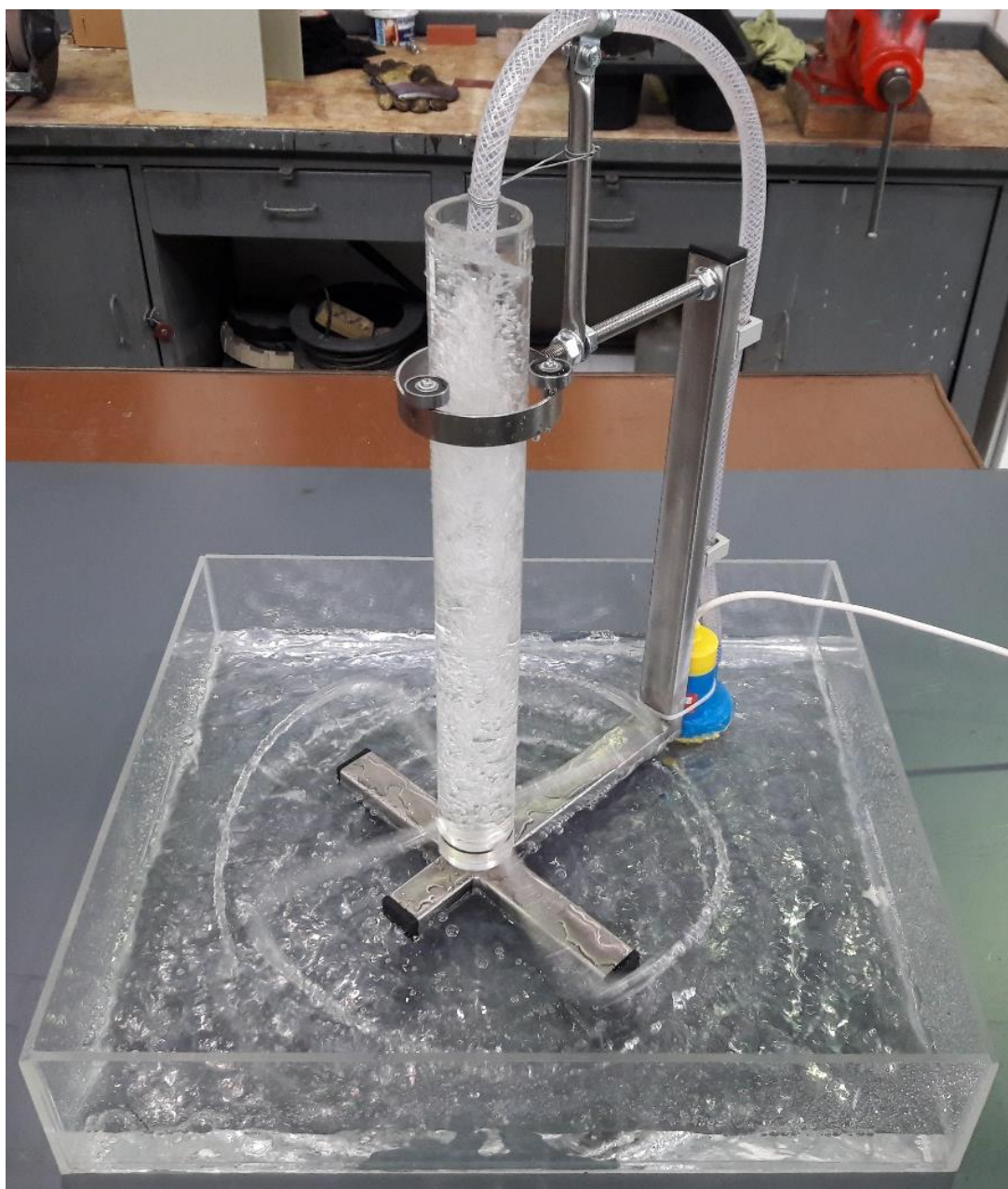
Označení	Legenda	Jednotka
$a$	Výslednice objemového zrychlení	$[m.s^{-2}]$
$a_n$	Dostředivé zrychlení	$[m.s^{-2}]$
$a_o$	Odstředivé zrychlení	$[m.s^{-2}]$
$a_t$	Lokální zrychlení	$[m.s^{-2}]$
$d$	Vnitřní průměr menší trubičky, ramene	$[m]$
$D$	Vnitřní průměr vertikální trubice, těla	$[m]$
$D_h$	Hydraulický průměr	$[m]$
$F$	Síla	$[N = kg.m.s^{-2}]$
$F_m$	Hmotnostní síla	$[N]$
$F_p$	Tlaková síla	$[N]$
$F_s$	Setrvačná síla	$[N]$
$F_t$	Tečná síla, třecí síla	$[N]$
$g$	Gravitační zrychlení	$[m.s^{-2}]$
$G$	Tíha	$[N]$
$h_r$	Výška paraboloidu na souřadnici $r$	$[m]$
$H$	Hybnost	$[kg.m.s^{-1}]$
$\Delta h$	Výška sloupce kapaliny	$[m]$
$i$	Počet dýz	$[1]$
$k$	Absolutní drsnost stěny potrubí	$[m]$
$l$	Proudnice, posunutí	$[m]$
$k_r$	Relativní drsnost stěny potrubí	$[1]$
$L$	Délka rovných úseků ramene	$[m]$
$L_r$	Délka ramene	$[m]$
$n$	Normálový vektor	$[1]$
$n$	Otáčky	$[ot.s^{-1}]$
$n_o$	Optimální otáčky	$[ot.s^{-1}]$
$n_p$	Průběžné otáčky	$[ot.s^{-1}]$
$M = M_k$	Moment síly, krouticí moment	$[N.m]$
$M_o$	Krouticí moment při optimálních otáčkách	$[N.m]$
$p$	Tlak	$[Pa]$
$p_a$	Atmosférický tlak	$[Pa]$
$P$	Výkon	$[W]$
$r$	Obecný poloměr	$[m]$
$R$	Poloměr roztečné kružnice oběžného kola	$[m]$
$Q = Q_v$	Objemový průtok	$[m^3.s^{-1}]$
$Q_d$	Průtok dýzou	$[m^3.s^{-1}]$
$Q_m$	Hmotnostní průtok	$[kg.s^{-1}]$
$Q_o$	Průtok při optimálních otáčkách	$[m^3.s^{-1}]$
$Q_p$	Průtok při průběžných otáčkách	$[m^3.s^{-1}]$
$R_o$	Poloměr ohybu ramene	$[m]$
$Re$	Reynoldsovo podobnostní číslo	$[1]$

Označení	Legenda	Jednotka
S	Plocha průřezu	[m <sup>2</sup> ]
S <sub>0</sub>	Plocha průřezu těla	[m <sup>2</sup> ]
S <sub>1</sub>	Plocha průřezu ramene	[m <sup>2</sup> ]
t	Čas	[s]
U	Potenciál vnějších sil	[J.kg <sup>-1</sup> ]
u	Unášivá rychlost, obvodová	[m.s <sup>-1</sup> ]
v	Rychlost	[m.s <sup>-1</sup> ]
v	Absolutní rychlost	[m.s <sup>-1</sup> ]
v <sub>m</sub>	Meridiální složka absolutní rychlosti	[m.s <sup>-1</sup> ]
v <sub>u</sub>	Unášivá složka absolutní rychlosti	[m.s <sup>-1</sup> ]
V	Objem	[m <sup>3</sup> ]
w	Relativní rychlost	[m.s <sup>-1</sup> ]
Y	Měrná energie	[J.kg <sup>-1</sup> ]
Y <sub>T</sub>	Měrná energie turbíny	[J.kg <sup>-1</sup> ]
Y <sub>z</sub>	Ztrátová měrná energie	[J.kg <sup>-1</sup> ]
Y <sub>id</sub>	Ideální měrná energie turbíny	[J.kg <sup>-1</sup> ]
z	Výška	[m]
α	Coriolisovo číslo	[1]
Γ	Neprůtočná plocha	[m <sup>2</sup> ]
δ	Úhel ohybu potrubí	[°]
ζ <sub>L</sub>	Součinitel délkových ztrát	[1]
ζ <sub>m</sub>	Součinitel místních ztrát	[1]
ζ <sub>o</sub>	Ztrátový součinitel změny směru proudění	[1]
Z <sub>v</sub>	Ztrátový součinitel změnou průřezu	[1]
ζ <sub>z</sub>	Celkový ztrátový součinitel	[1]
η	Účinnost	[1]
λ	Koeficient tření	[1]
ν	Kinematická viskozita	[m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]
ρ	Hustota	[kg.m <sup>-3</sup> ]
ω	Úhlová rychlost	[rad.s <sup>-1</sup> ]

CFD Computational Fluid Dynamics = výpočetní dynamika tekutin

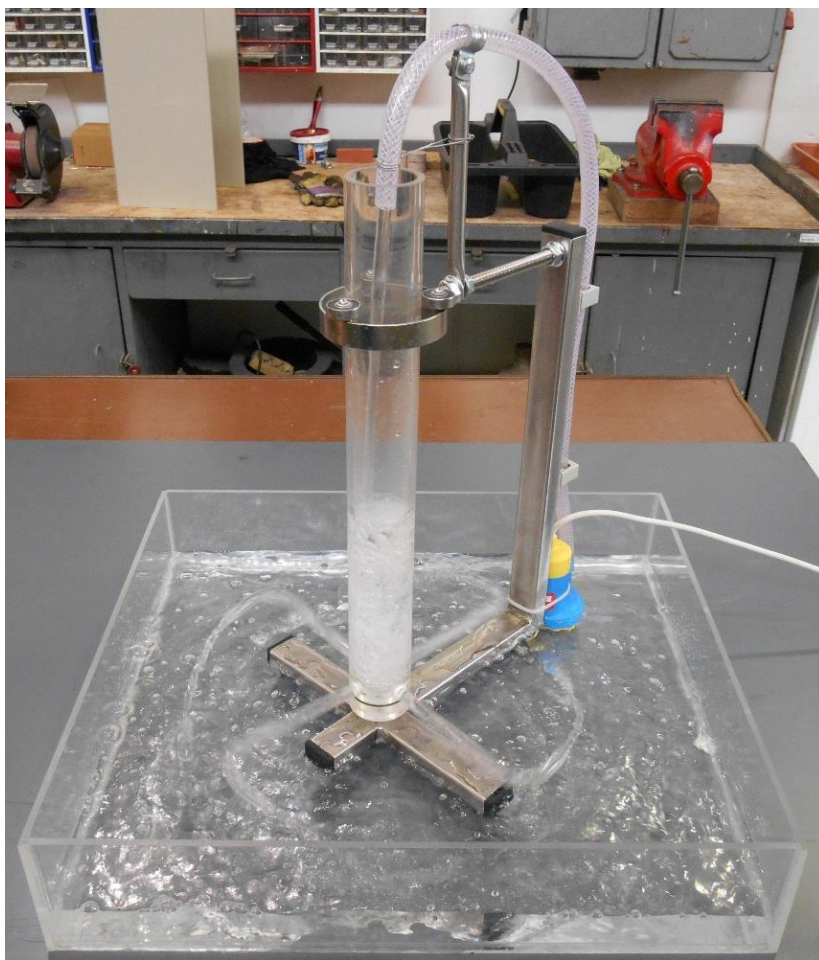
### SEZNAM PŘÍLOH

- A. Model naplněný 380 mm vody
- B. Model naplněný 170 mm vody
- C. Pohled shora při sloupci vody 170 mm
- D. Vznik bublinek při dopadu paprsku vody na hladinu
- E. Detail dolního uložení Segnerova kola
- F. Seznam výkresů

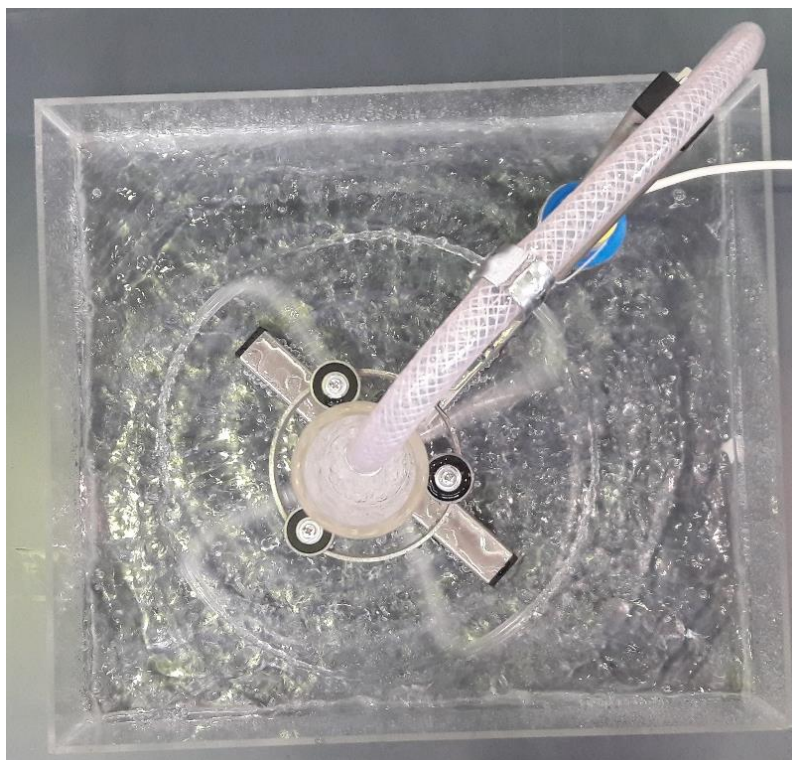


A. Model naplněný 380 mm vody

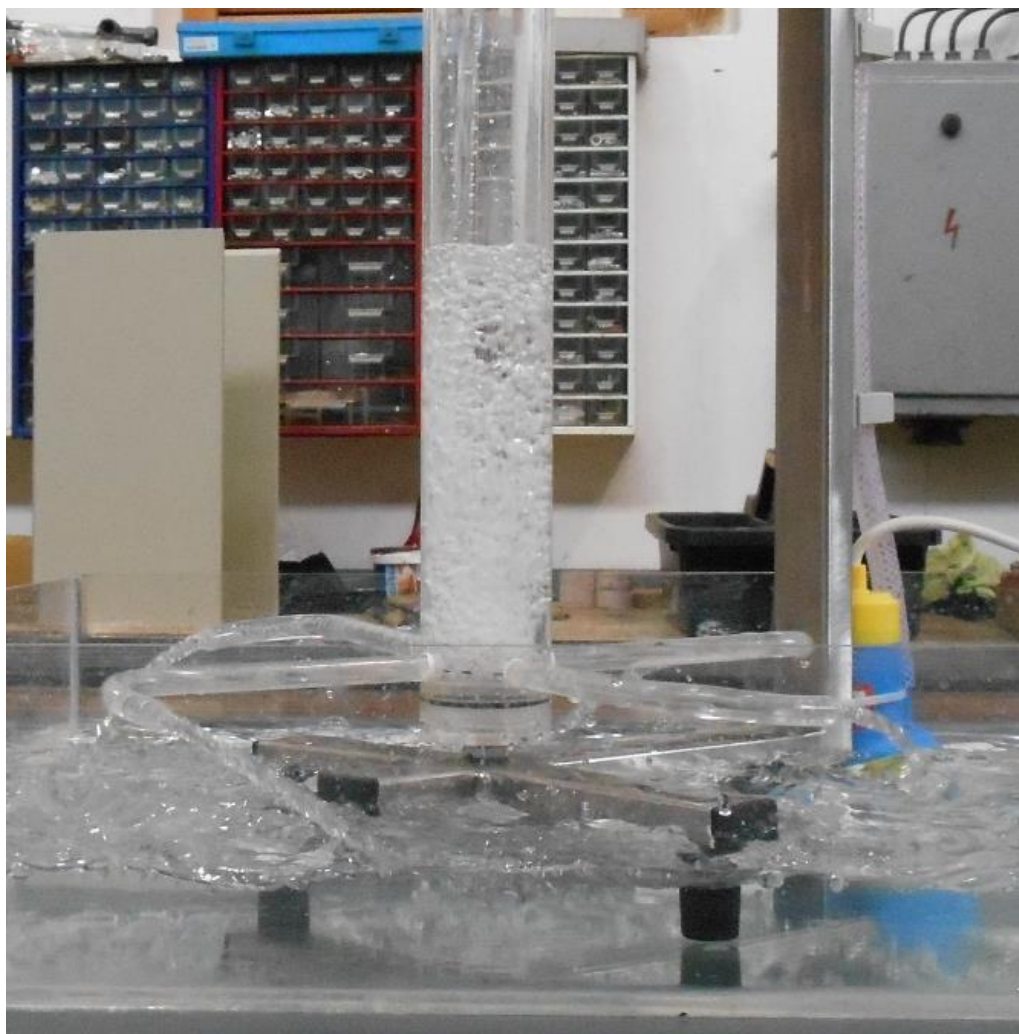




B. Model naplněný 170 mm vody



C. Pohled shora při sloupci vody 170 mm



D. Vznik bublinek při dopadu paprsku vody na hladinu



E. Detail dolního uložení Segnerova kola

## F. SEZNAM VÝKRESŮ

Segnerovo kolo	JJBP-01-00
Rám	JJBP-02-00
Rolna	JJBP-03-00
Šroub uložení	JJBP-01-01
Trn	JJBP-01-02
Podpěra	JJBP-01-03
Sponka	JJBP-01-04
Tělo	JJBP-01-05
Rameno 6°	JJBP-01-06
Zátka	JJBP-01-07
Podstavné rameno	JJBP-02-01
Boční rameno rámu	JJBP-02-02
Svislé rameno	JJBP-02-03
Čep ložiska	JJBP-03-01